

Strumentazione e metodi digitali per l'acustica

L'avvento del calcolatore digitale, in sostituzione del calcolatore analogico per la elaborazione dei segnali, ha introdotto nell'acustica un nuovo approccio alle misure ed all'analisi .

Di seguito si riportano alcuni appunti elaborati nel 1975 per comprendere gli algoritmi di calcolo alla base dell'analisi del segnale.

È doveroso oggi segnalare l'assemblaggio di un sistema computerizzato messo a punto dalla società (1974) GenRad basato sull'impiego di un calcolatore Digital PDP11 al quale la società aveva realizzato e assemblato l'hardware costituito da due convertitori analogico – Digitale a 12 bit e 32 Khz e due convertitori digitale - analogico. Memoria interna 32 kbite; Il monitor era costituito da un oscilloscopio a memoria, la memoria esterna, la tastiera ed il lettore di banda perforata su telescrivente, il lettore più veloce fu costruito ed inserito nel sistema nel corso degli anni successivi.

La foto riporta un assemblaggio di un sistema di misura nel quale è inserito il calcolatore Gen Rad.



Il software implementato era il TSL (Time Series Language) simile al basic ma con implementate subroutines per il comando del convertitore e per la esecuzione della Trasformata Veloce di Fourier (FFT).

Gli esempi che seguono sono l'elaborazione del segnale con il programma TSL effettuate nel 1975 per illustrare il significato delle diverse funzioni di analisi.

Sangano, 25 marzo 2016

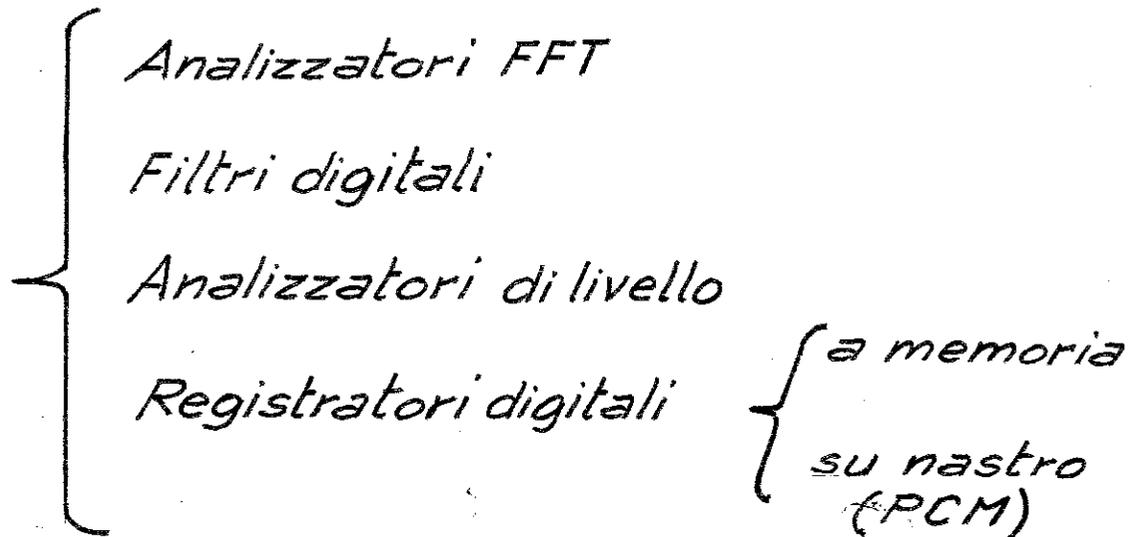
Raffaele Pisani

Strumentazione digitale per l'Acustica

1) Calcolatori numerici
programmabili



2) Strumenti digitali
dedicati



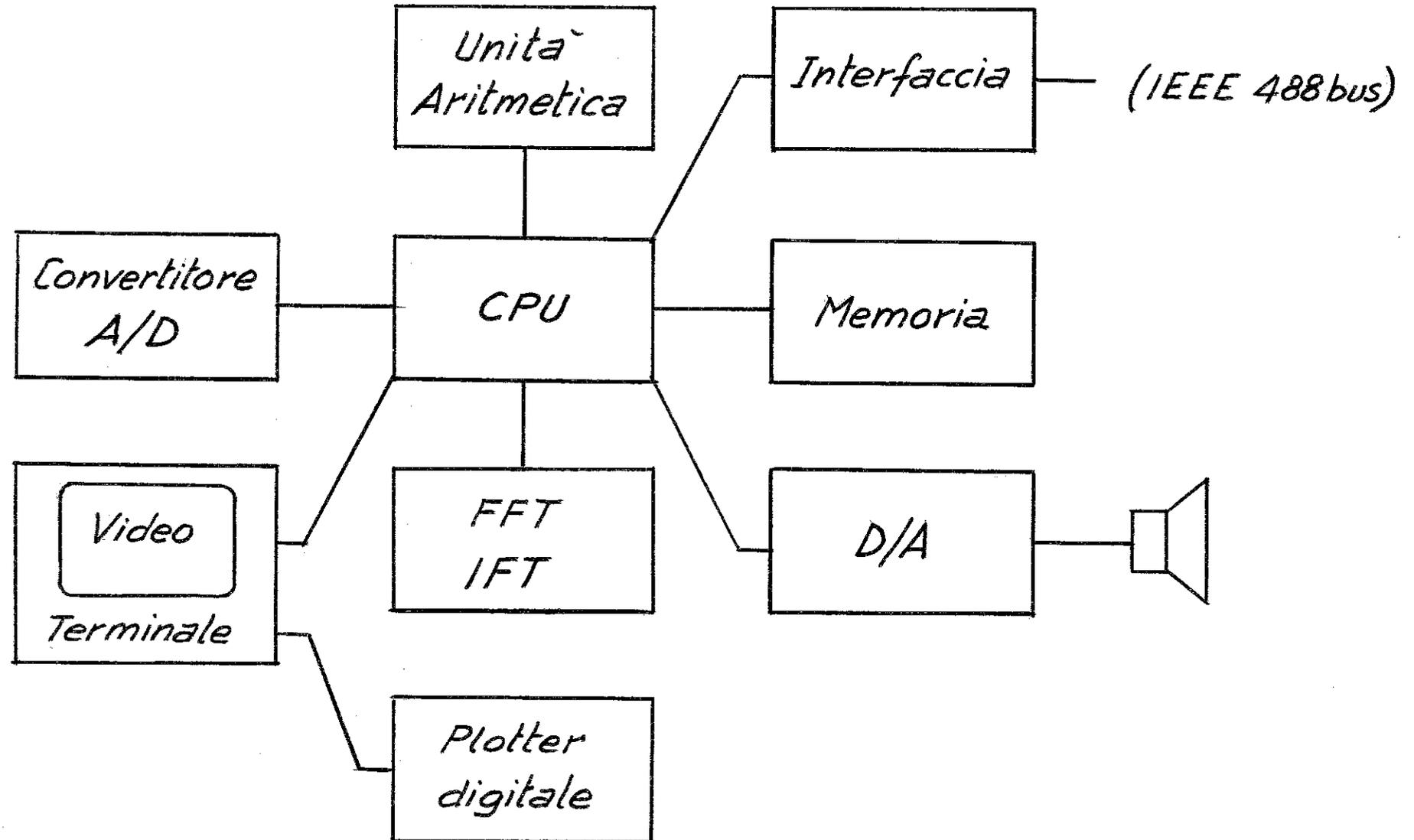
Impiego in Acustica

1) *Calcolatori* {
 Misure
 Analisi segnali
 Modellistica

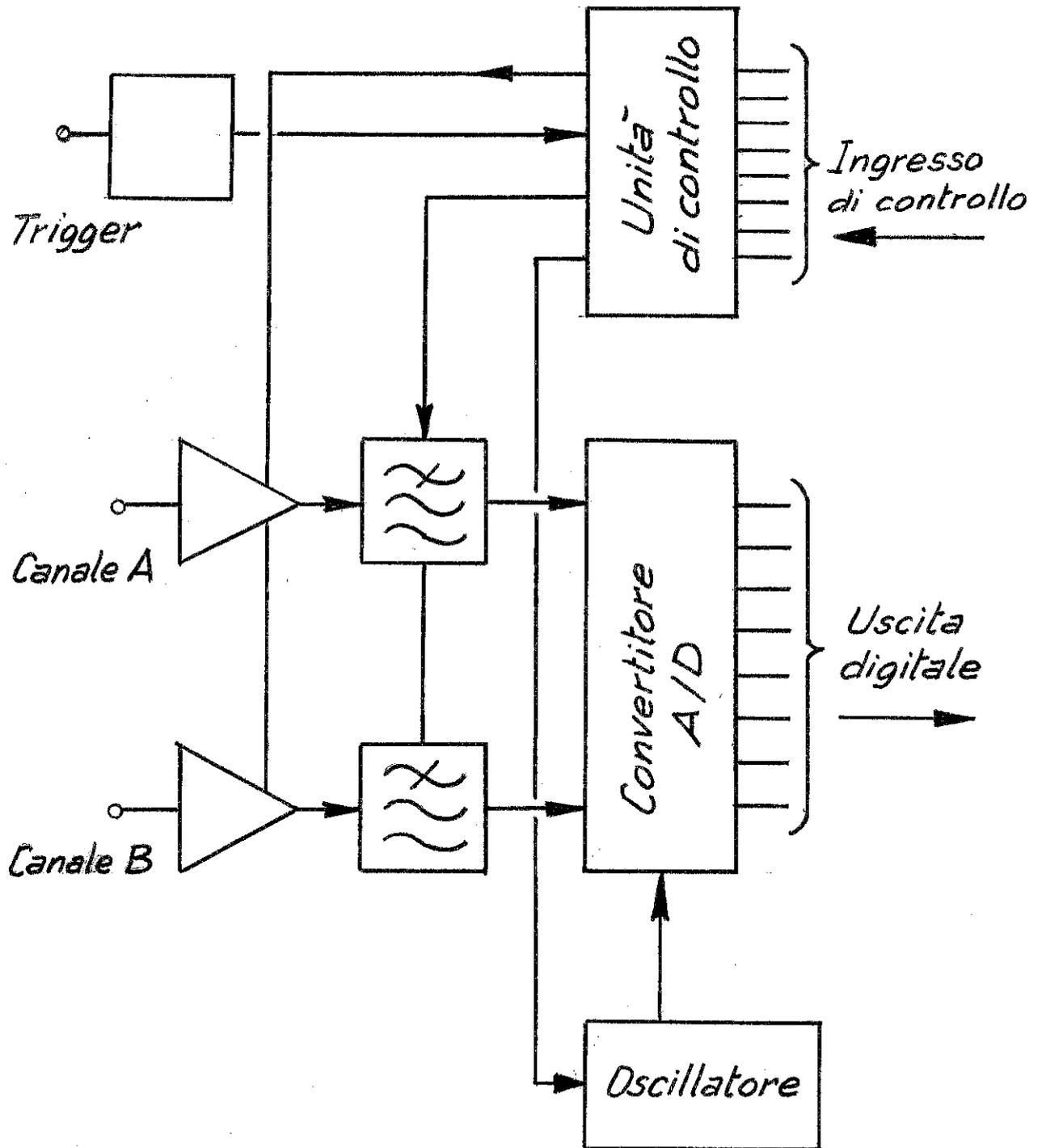
2) *Analizzatori di spettro* {
 Trasformata di Fourier
 Misure

3) *Analizzatori di spettro + μ Calcolatori = esecuzione di alcune
 analisi di cui al punto 1*

Architettura di un minicalcolatore



Unità di ingresso analogico per calcolatore



QUANTIZZAZIONE

IL SEGNALE ANALOGICO, INTRINSECAMENTE CONTINUO, VIENE CODIFICATO DIGITALMENTE CON NUMERI BINARI DI N BIT E QUINDI QUANTIZZATO SU 2^N LIVELLI

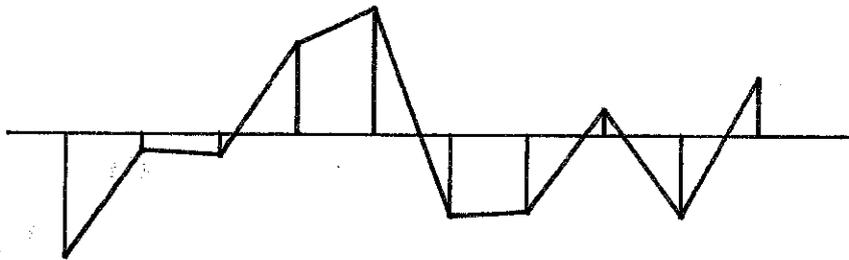
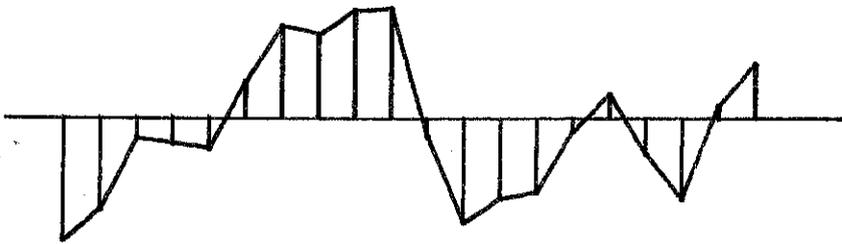
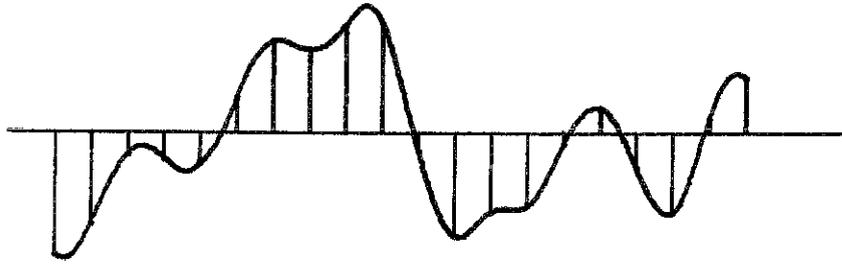


LA QUANTIZZAZIONE INTRODUCE UN ERRORE ADDITIVO INVERSA-
SAMENTE PROPORZIONALE AL NUMERO DI BIT USATI PER LA
CODIFICA

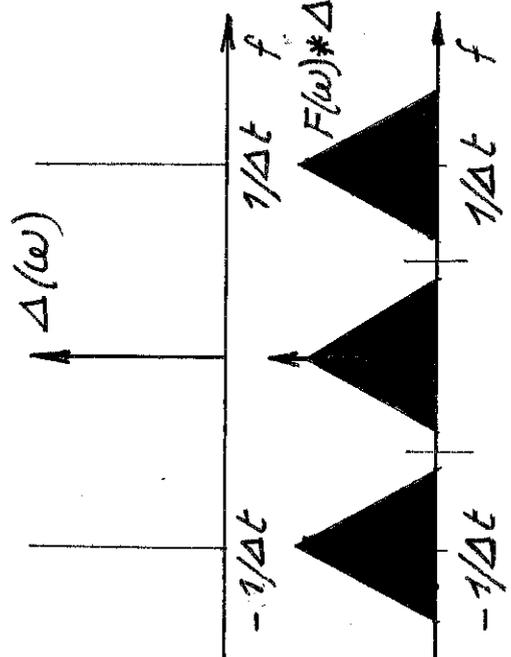
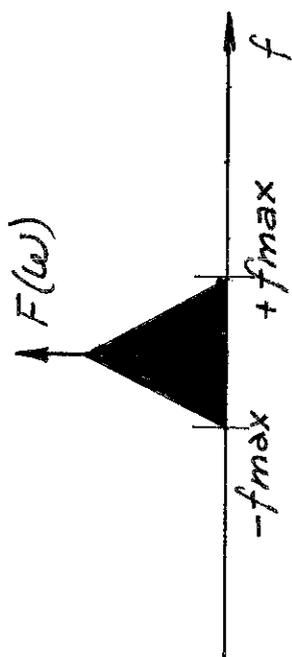
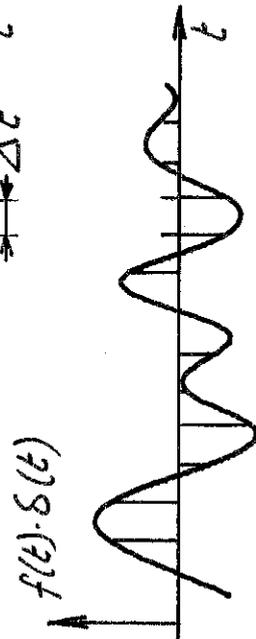
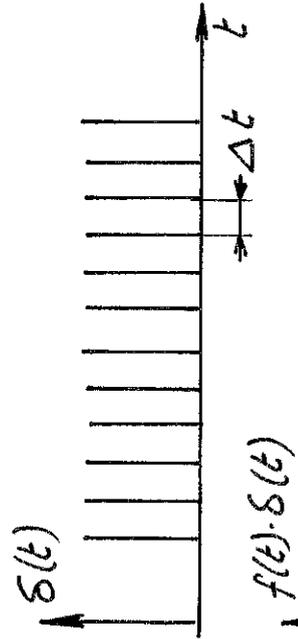
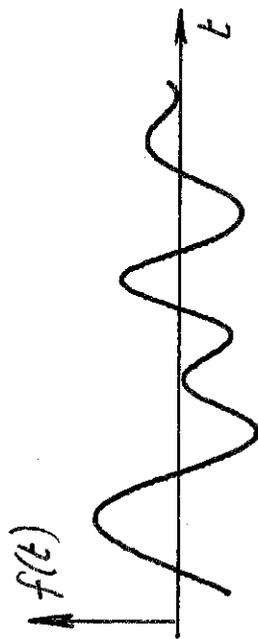
$$\frac{S}{N} \text{ (dB)} = 6 N + 1,74 \quad \text{dB}$$

| N | 8 BIT | 12 BIT | 14 BIT |
|-------|-------|--------|--------|
| S / N | 50 dB | 74 dB | 86 dB |

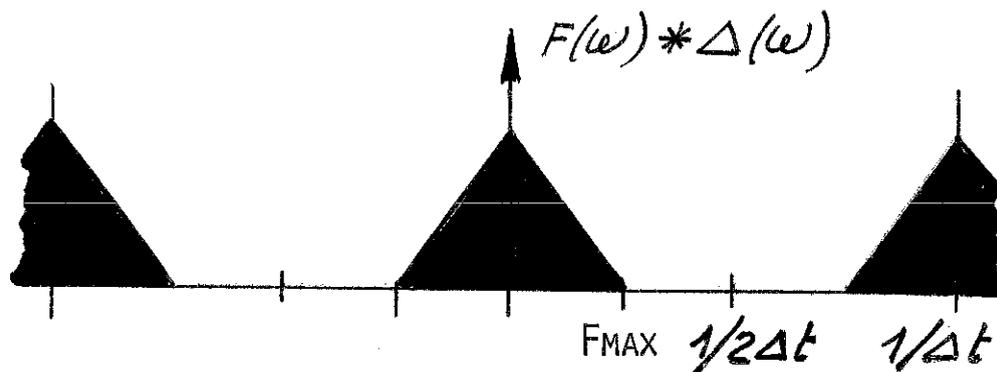
EFFETTO DEL CAMPIONAMENTO SULLA FORMA D'ONDA DEL SEGNALE



CAMPIONAMENTO DEI SEGNALI



SEGUE CAMPIONAMENTO DEI SEGNALI



CONDIZIONE PERCHÉ NON SI ABBA RIBALTAMENTO (ALIASING)

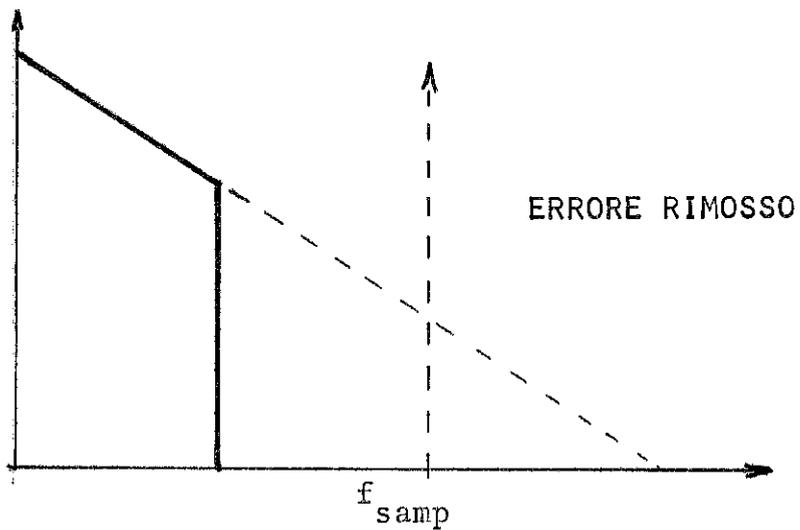
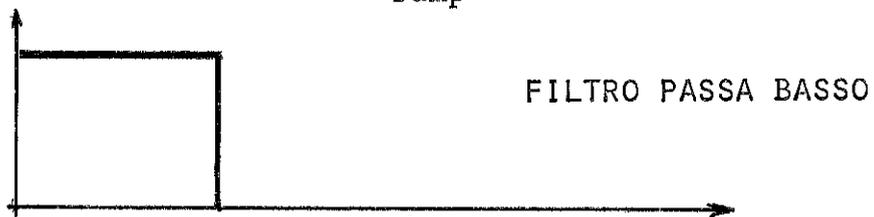
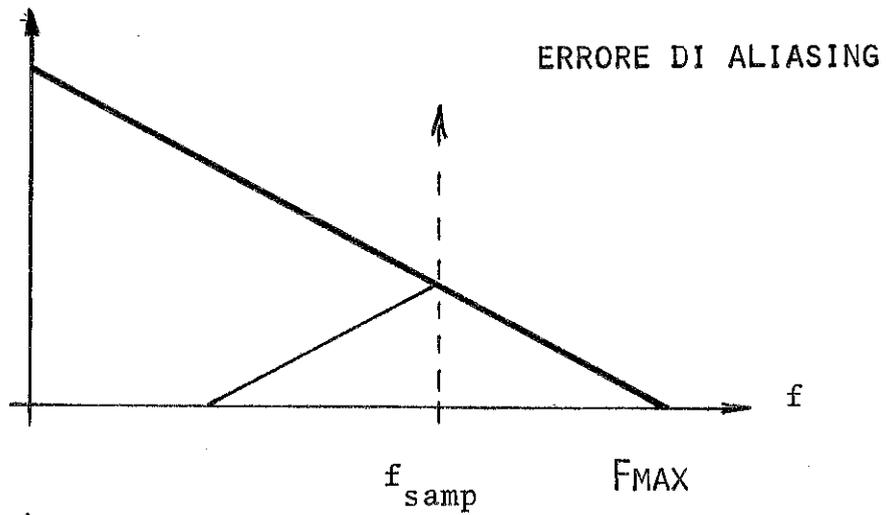
$$f_{max} \leq \frac{1}{2\Delta t}$$

OVVERO

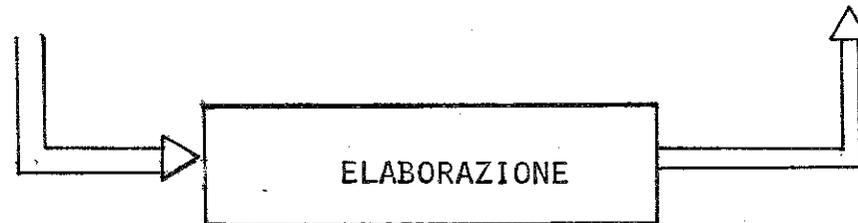
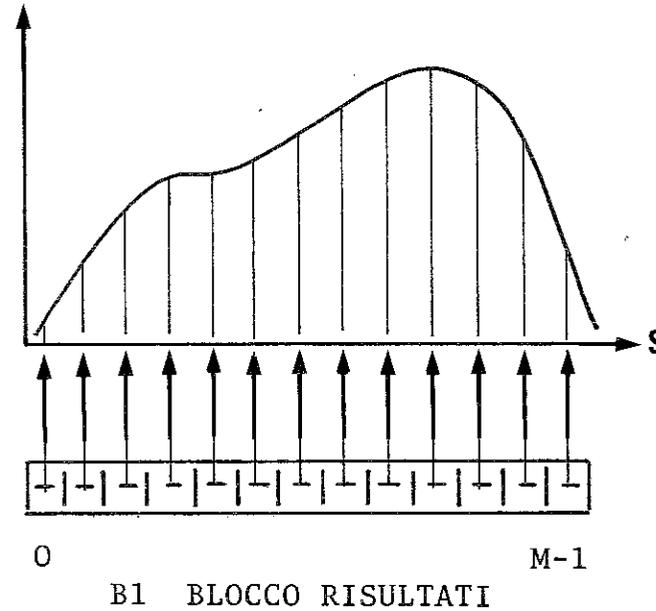
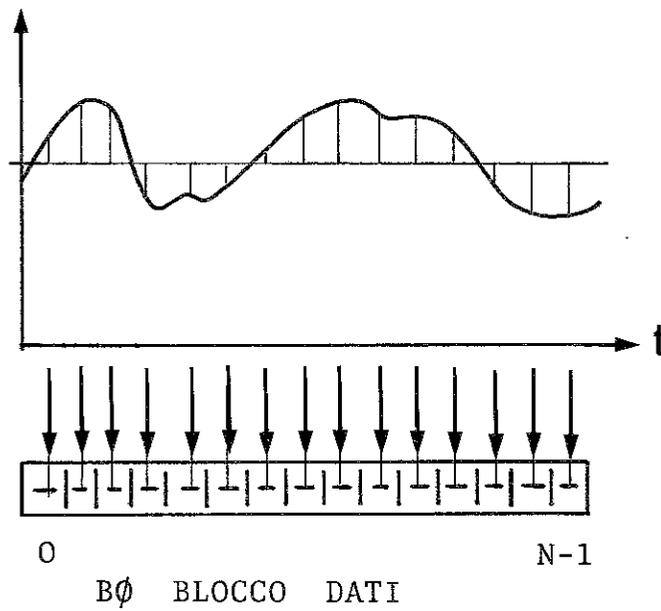
$$f_c = \frac{1}{\Delta t} \geq 2 f_{max}$$

PER ASSICURARE L'OTTENIMENTO DELLA CONDIZIONE SI USA FILTRARE I SEGNALI CON FILTRO PASSA-BASSO :
FILTRI ANTI ALIASING

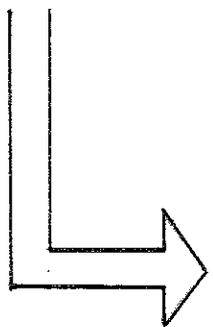
SEGUE CAMPIONAMENTO DEI SEGNALI



ELABORAZIONE DI UNA SERIE TEMPORALE



ELABORAZIONI DI SERIE TEMPORALI



OPERAZIONI ALGEBRICHE

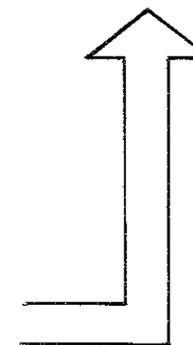
ADDIZIONE, SOTTRAZIONE,
ELEVAZIONE A POTENZA, ES-
TRAZIONE DI RADICI

OPERAZIONI SUI NUMERI
COMPLESSI ECC.

TRASFORMATE

DI FOURIER, DI LAPLACE

AUTOSPETTRI, SPETTRI MU-
TUI, FUNZIONI DI TRASF-
RIMENTO, COERENZA ECC.



ANALISI ARMONICA DI SEGNALI CAMPIONATI

- TRASFORMATA DISCRETA DI FOURIER (DFT) -

SERIE DI FOURIER :

$$\left\{ \begin{array}{l} F(n) = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) e^{-j2\pi n t / T} dt \\ f(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} F(n) e^{j2\pi n t / T} \end{array} \right.$$

SE LA FUNZIONE $f(t)$ È ACQUISITA IN FORMA NUMERICA, IL PROCESSO DEL CAMPIONAMENTO DÀ LUOGO AD UNA SERIE DI VALORI $f(i)$ IN QUESTO CASO L'INTEGRAZIONE PREVISTA DALL'ALGORITMO DI FOURIER SI TRASFORMA IN UNA SOMMA

TRASFORMATA DISCRETA DI FOURIER

$$F(n) = \frac{1}{N} \sum_0^{N-1} f(i) e^{-j2\pi n i / N}$$

TRASFORMATA DISCRETA
DI FOURIER - DFT -

$$f(i) = \sum_0^{N-1} F(n) e^{j2\pi n i / N}$$

PRINCIPALI PROPRIETA' DELLA DFT

- 1) É PERIODICA CON PERIODO N

$$F(N) = F(N+1)$$

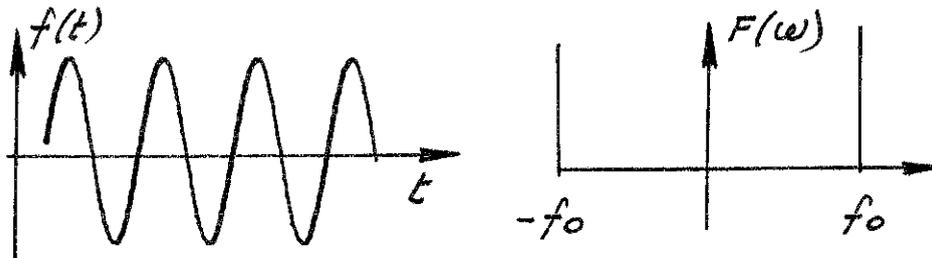
- 2) L'ESECUZIONE DELL'OPERAZIONE COMPORTA L'EFFETTUAZIONE DI N^2 MOLTIPLICAZIONI DI NUMERI COMPLESSI
- 3) PER $N = 2^k$ (POTENZA DI DUE) SI PUÒ UTILIZZARE UN ALGORITMO SEMPLIFICATO (FFT) CHE COMPORTA L'ESECUZIONE DI $N \log_2 N$ MOLTIPLICAZIONI

PER $N = 1024$ ($k = 10$) SI HA QUINDI L'ELABORAZIONE IN UN TEMPO PARI A $1 / 100$ DI QUELLO CHE SI IMPIEGA APPLICANDO INTEGRALMENTE L'ALGORITMO DELLA DFT

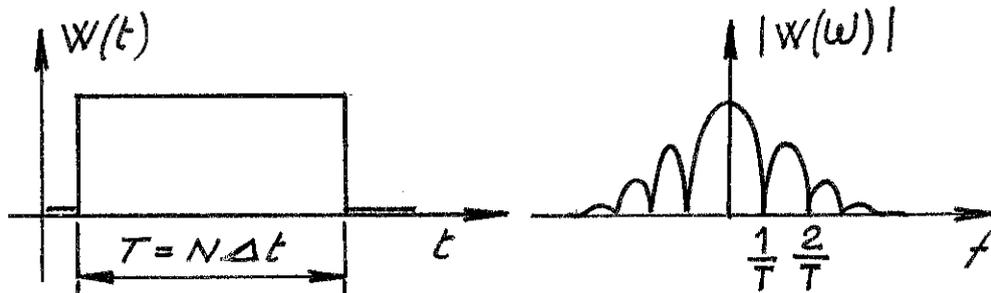
PER APPLICARE LA TRASFORMATA RAPIDA DI FOURIER FFT É NECESSARIO OPERARE SU UN NUMERO DI CAMPIONI PARI A UNA POTENZA DI 2 (128 ; 512 ; 1024 ; 2048) CHE, A PARITÀ DELLA FREQUENZA DI CAMPIONAMENTO, COMPORTA, PER N PIÙ GRANDI, UN AUMENTO DELLA RISOLUZIONE NELLA ANALISI.

ANALISI DI SEGNALI STAZIONARI - FINESTRE TEMPORALI -

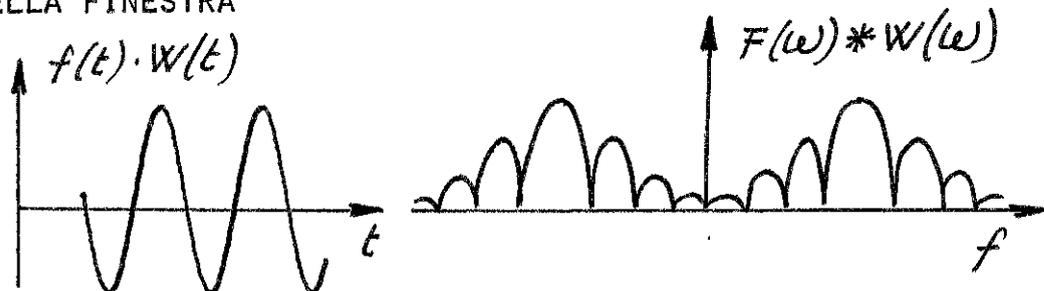
CONSIDERANDO UN SEGNALE STAZIONARIO (SINUSOIDALE)



L'ANALISI SPETTRALE TRAMITE FFT COMPORTA L'ESTRAZIONE DI N CAMPIONI, EQUIVALENTE AL PRODOTTO PER UNA FUNZIONE RETTANGOLARE UNITARIA

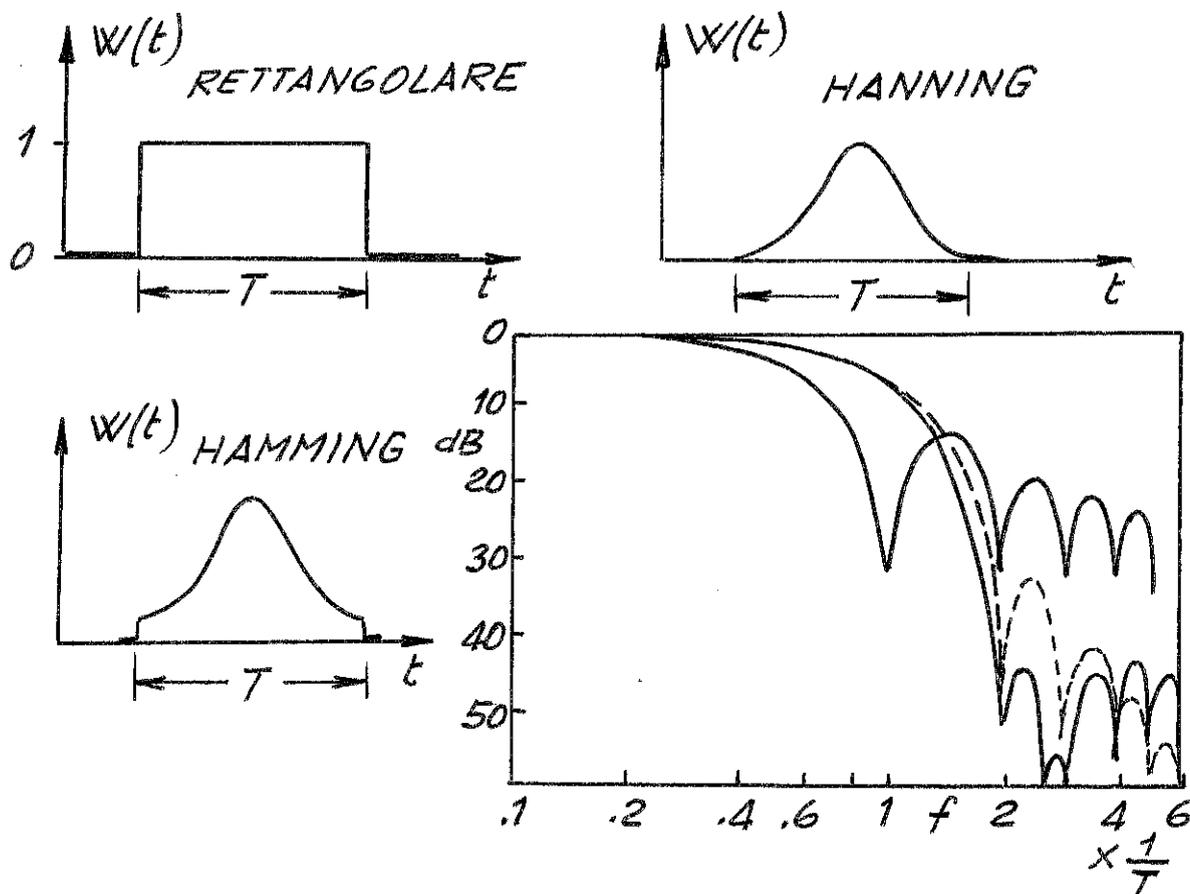


LO SPETTRO RISULTANTE É DATO DALLA CONVOLUZIONE DELLO SPETTRO DEL SEGNALE $F(\omega)$ CON LA TRASFORMATA $W(\omega)$ DELLA FINESTRA



TIPI DI FINESTRA D'ANALISI

MINIMIZZANDO I LOBI LATERALI DELLA TRASFORMATA $W(\omega)$ DELLA FINESTRA D'ANALISI $w(t)$ SI RIDUCE L'INTERAZIONE FRA LE RIGHE CONTIGUE MIGLIORANDO LA STIMA DELLO SPETTRO REALE DEL SEGNALE.



SOVRAPPOSIZIONE DELLE FINESTRE - OVERLAPPING -

DOVENDO ANALIZZARE LUNGHE DURATE DI SEGNALI NON É OPPORTUNO ALLARGARE A DISMISURA LA FINESTRA DI ANALISI MA CONVIENE SCOMPORRE IL PERIODO IN PIÙ FINESTRE MEDIANDO QUINDI I SINGOLI SPETTRI DI POTENZA RISULTANTI

SEGNALE STAZIONARIO



FINESTRE
GIUSTAPPOSTE



SOVRAPPOSIZIONE AL
50 %



SOVRAPPOSIZIONE AL
75 %

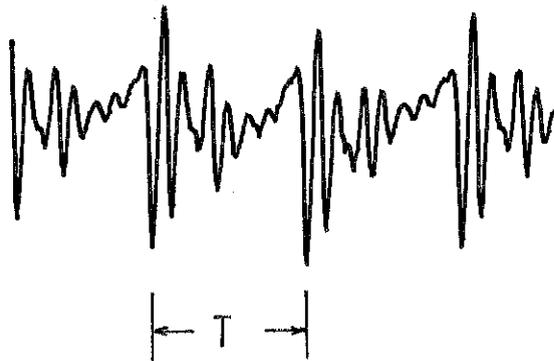


IN GENERE NON SI VA OLTRE IL 75 % PERCHÉ LA CORRELAZIONE FRA GLI SPETTRI CONTIGUI DIVENTA TALE DA IMPEDIRE ULTERIORI INCREMENTI DELLA SIGNIFICATIVITÀ DELLA MEDIA

ANALISI DI FUNZIONI PERIODICHE

SERIE DI FOURIER

$y = f(t)$: FUNZIONE PERIODICA



OGNI FUNZIONE PERIODICA DI PERIODO T PUO' ESSERE
SCOMPOSTA IN UNA SERIE DI FUNZIONI SINUSOIDALI AVENTI
FREQUENZA PARI A $1/T$ O MULTIPLI INTERI DI $1/T$

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_1^{\infty} n (a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t)$$

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{2\pi}{T}$$

- I COEFFICIENTI a_n E b_n DELLO SVILUPPO SONO CALCO =
LABILI IN BASE ALL' ANDAMENTO DELLA FUNZIONE PERI =
ODICA $f(t)$ NELL' INTERVALLO DI PERIODICITA' DA
- $T/2$ A $+T/2$.

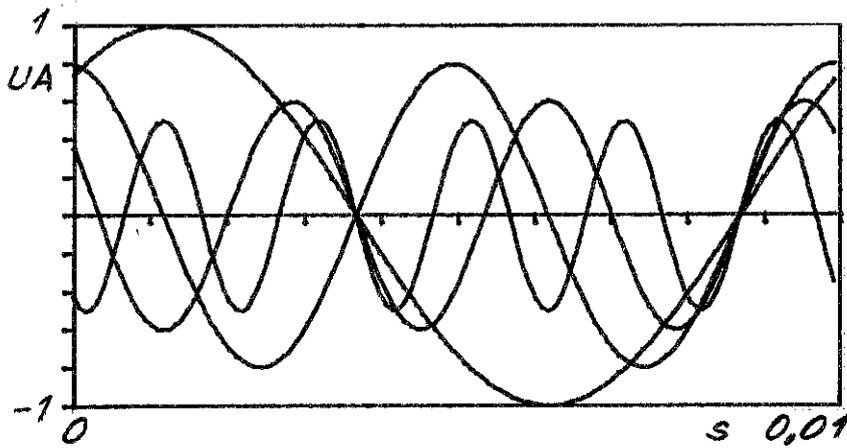
$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \cos(n\omega_0 t) dt$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \sin(n\omega_0 t) dt$$

- TRAMITE LO SVILUPPO IN SERIE DI FOURIER E' POS =
SIBILE CALCOLARE LA RISPOSTA DI UN QUADRIPOLO GENERI =
CO (O DI UN SISTEMA) A QUALSIASI SOLLECITAZIONE
PERIODICA , CONOSCENDONE LA RISPOSTA IN REGIME SI =
NUSOIDALE ED APPLICANDOLA ALLE SINGOLE COMPONENTI
DEL SEGNALE DI ECCITAZIONE

Analisi di Fourier

Sintesi di un segnale periodico

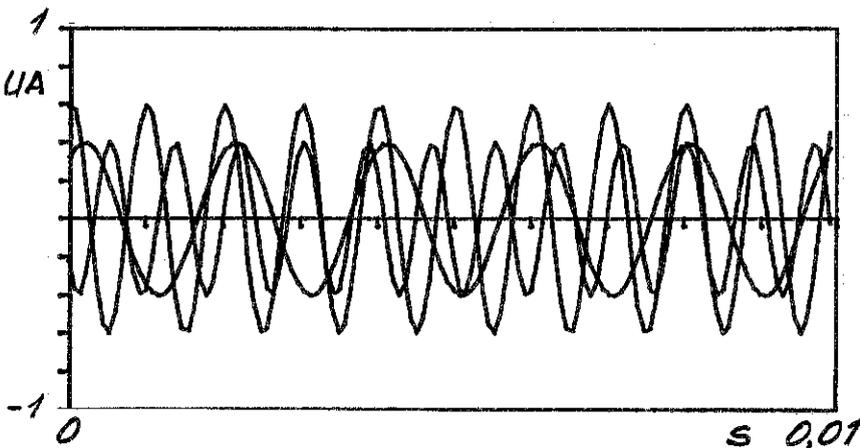


$$f_1 = 100 \text{ Hz}$$

$$f_2 = 200 \text{ Hz}$$

$$f_3 = 300 \text{ Hz}$$

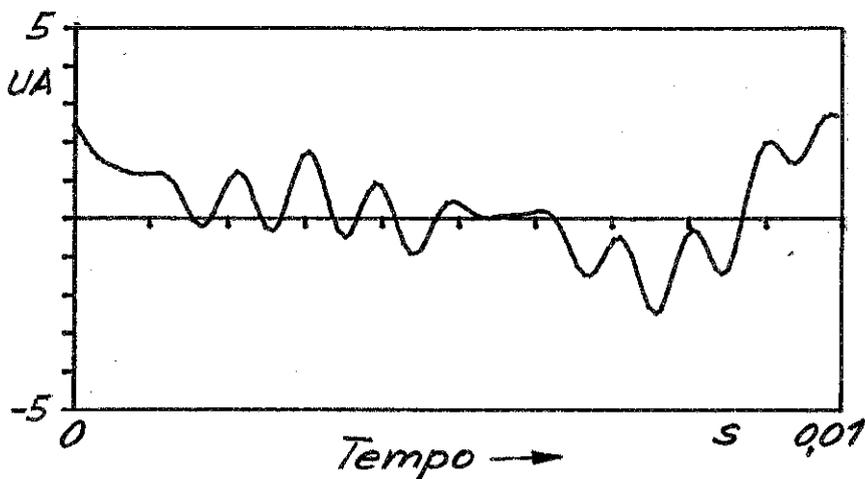
$$f_5 = 500 \text{ Hz}$$



$$f_6 = 600 \text{ Hz}$$

$$f_{10} = 1000 \text{ Hz}$$

$$f_{12} = 1200 \text{ Hz}$$



SPETTRO DI AMPIEZZA

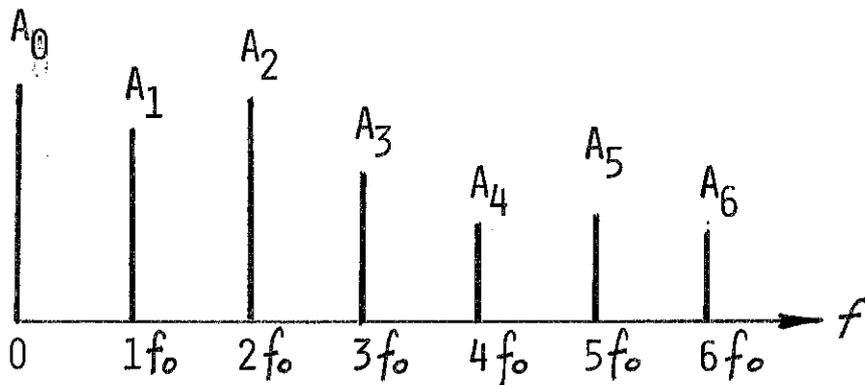
LE COMPONENTI COSINUSOIDALI $a_n \cos n\omega_0 t$ E
SINUSOIDALI $b_n \sin n\omega_0 t$ ISOFREQUENZIALI
SI SOMMANO DANDO LUOGO AD UNA UNICA SINUSOIDE DI
AMPIEZZA A_n E FASE φ_n

$$a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t = A_n \cos(n\omega_0 t + \varphi_n)$$

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$$

$$\varphi_n = \arctg \frac{b_n}{a_n}$$

L' INSIEME DEGLI ELEMENTI A_n E' DETTO SPETTRO DI
AMPIEZZA DEL SEGNALE



TRASFORMATA DI FOURIER IN NOTAZIONE ESPONENZIALE

APPLICANDO LE FORMULE DI EULERO

$$\begin{cases} \cos x = (e^{jx} + e^{-jx})/2 \\ \sin x = (e^{jx} - e^{-jx})/2j \end{cases}$$

LO SVILUPPO IN SERIE DI FOURIER PUÒ ESSERE OTTENUTO
IN UNA FORMA PIÙ COMPATTA

$$f(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} f(n) e^{jn\omega_0 t}$$

$$F(n) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{-jn\omega_0 t} dt$$

É POSSIBILE DIMOSTRARE LA VALIDITÀ DELLA RELAZIONE:

$$F(n) = (A_n/2) e^{-j\varphi_n}$$

ANALISI DI FUNZIONI NON PERIODICHE

- LO SVILUPPO IN SERIE DI FOURIER PUO' ESSERE RICAVATO SOLO PER FUNZIONI PERIODICHE.
- L'ANALISI PUO' ESSERE PERO' ESTESA ALLE FUNZIONI NON PERIODICHE SUPPONENDONE ARTIFICIOSAMENTE LA PERIODICITA' ESTESA ALL'INTERO INTERVALLO:

$$-\infty < t < \infty$$

- ESSE VENGONO COSI' FORMALMENTE TRATTATE COME SE FOSSERO PERIODICHE. IN TAL CASO SI HA:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} \xrightarrow{T \rightarrow \infty} 0$$

- GLI ALGORITMI DELLA SERIE DI FOURIER ASSUMONO PERTANTO UNA FORMA LEGGERMENTE DIFFERENTE DETTA: TRASFORMATA DI FOURIER.

SERIE DI FOURIER

$$f(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} F(n) e^{jn\omega_0 t}$$

$$F(n) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{-jn\omega_0 t} dt$$



TRASFORMATA DI FOURIER

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

$$F(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt$$

UNA IMPORTANTE LIMITAZIONE DELLA TRASFORMATA DI FOURIER E' L'APPLICABILITA' SOLO ALLE FUNZIONI AD ENERGIA FINITA (QUADRATO SOMMABILI), COME AD ES. RC TRANSITORI, PER CUI ESISTE LA GRANDEZZA

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt$$

TRASFORMATA DI SEGNALI STAZIONARI

- MOLTI SEGNALI DI NOTEVOLE INTERESSE PRATICO NON SONO QUADRATO SOMMABILI (RUMORE BIANCO, SEGNALI STAZIONARI IN GENERE)

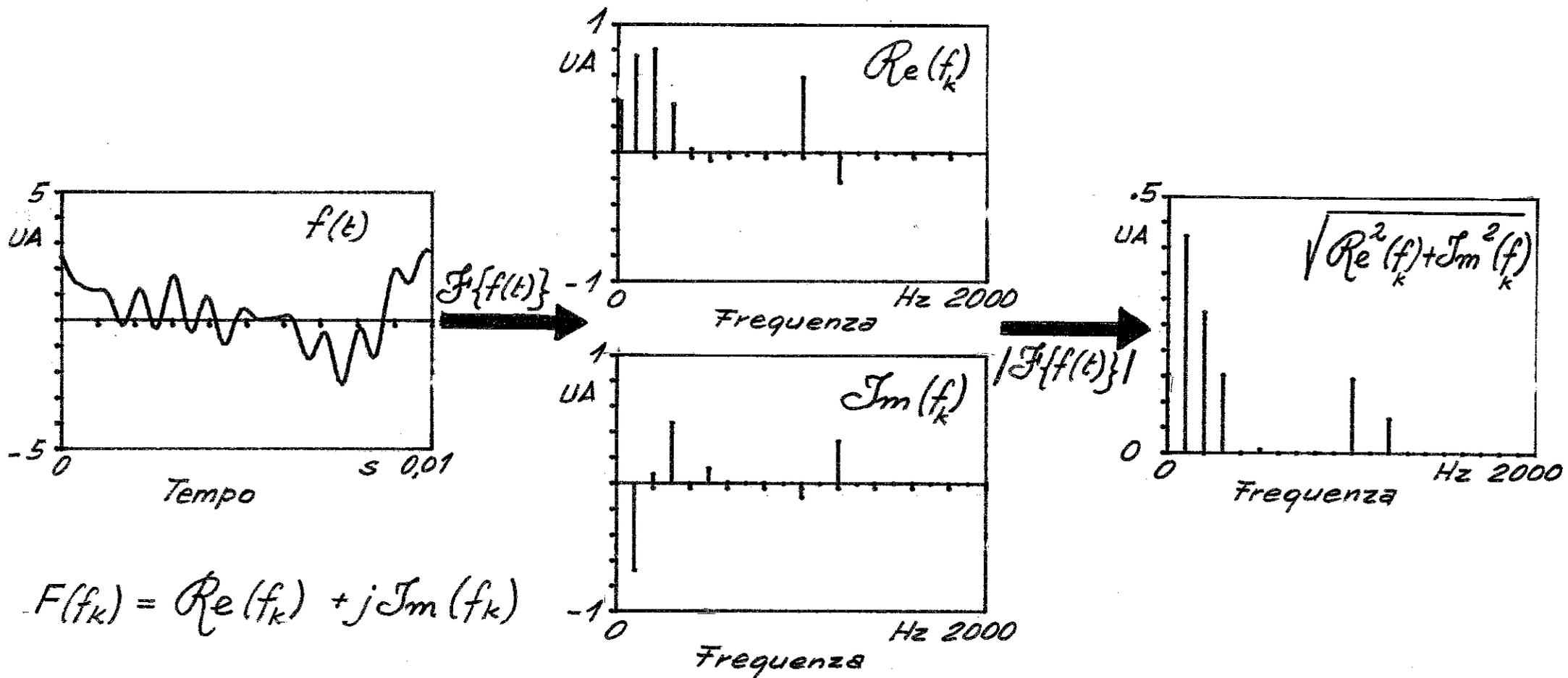
IN QUESTI CASI SI RICORRE ALLA FORMA NORMALIZZATA DELLA TRASFORMATA DI FOURIER :

$$F(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{-j\omega t} dt$$

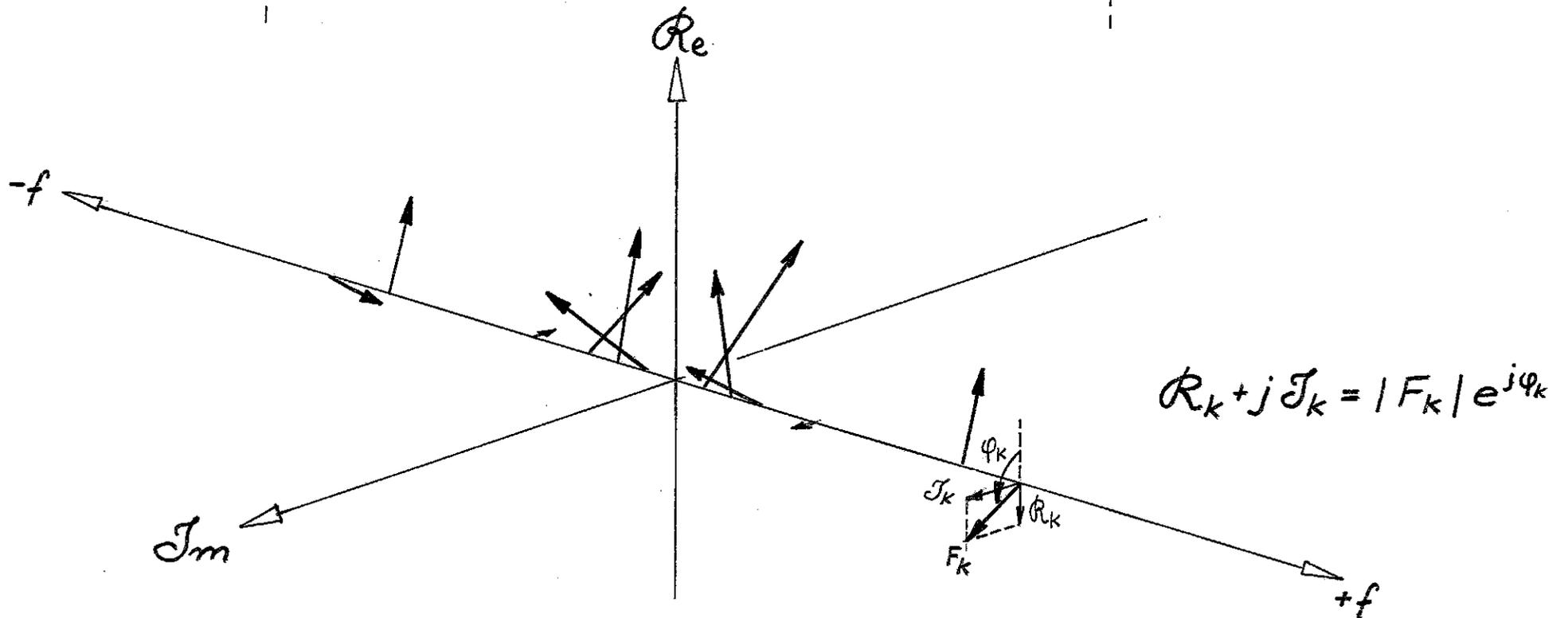
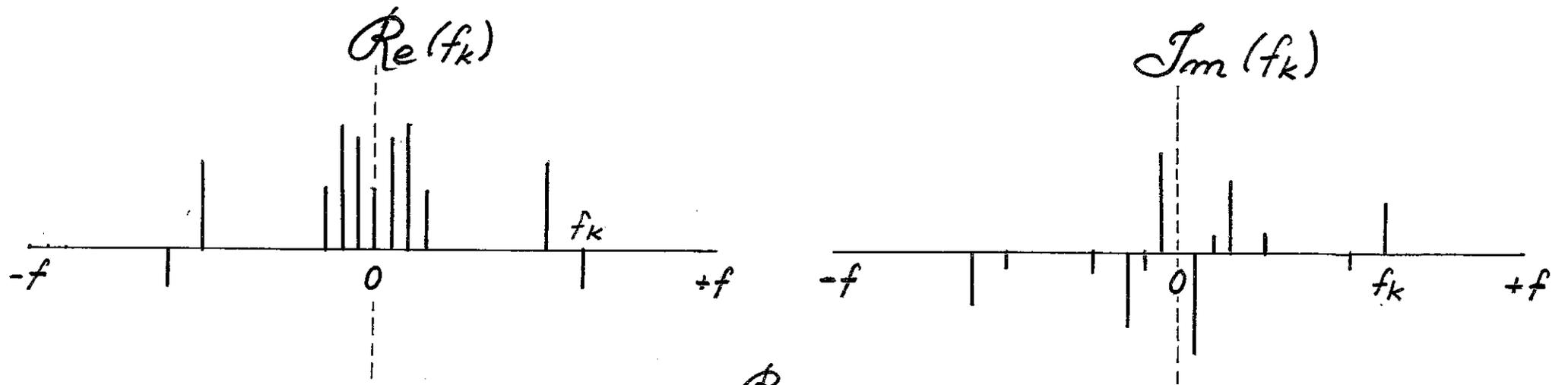
Trasformata diretta di Fourier $\mathcal{F}\{ \}$
(spettro di ampiezza)

$$F(f_k) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{-j2\pi f_k t} dt$$

$$f_k = k \cdot f_1$$



$$F(f_k) = Re(f_k) + jIm(f_k)$$

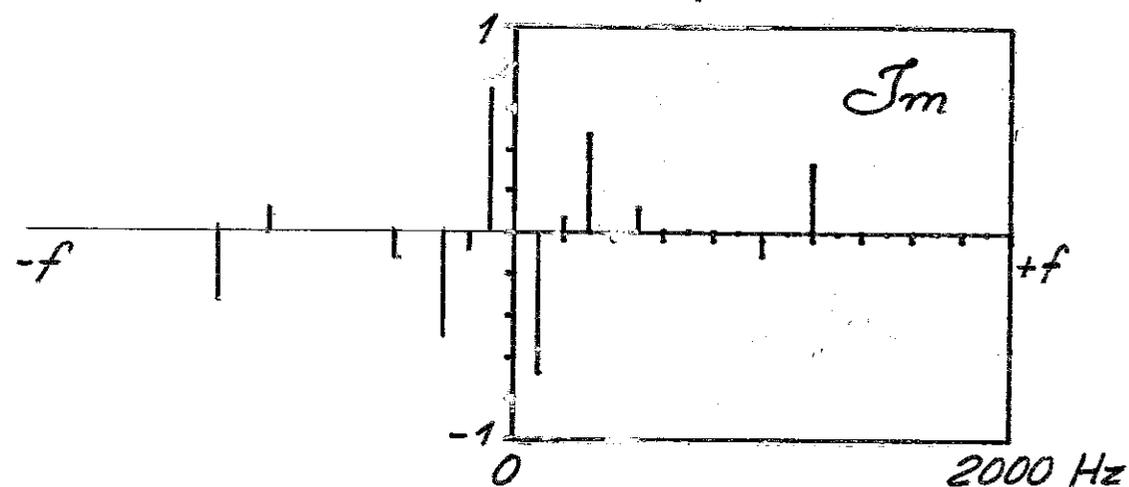
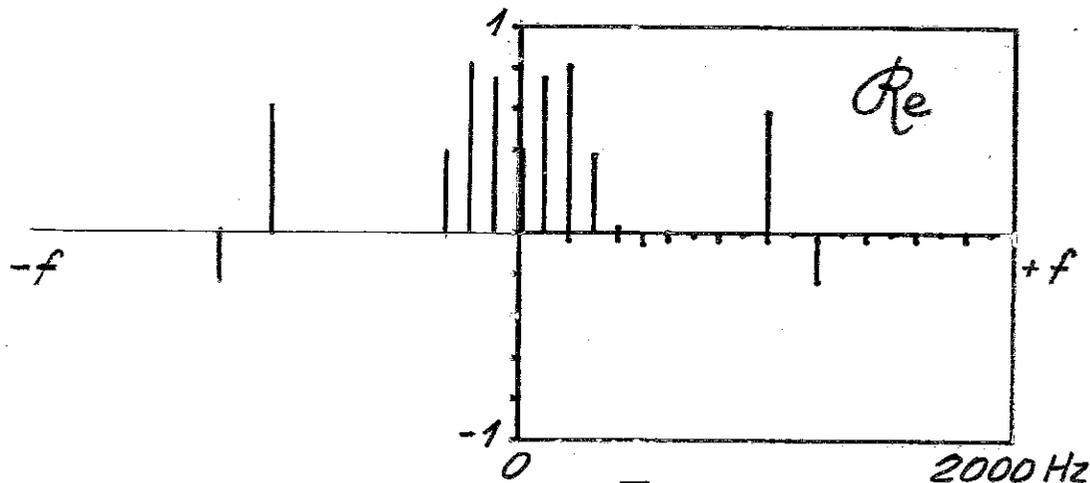


Lo spettro di ampiezza di una funzione reale è coniugato pari

$$F(f) = F^*(-f)$$

Trasformata inversa di Fourier $\mathcal{F}^{-1}\{ \}$

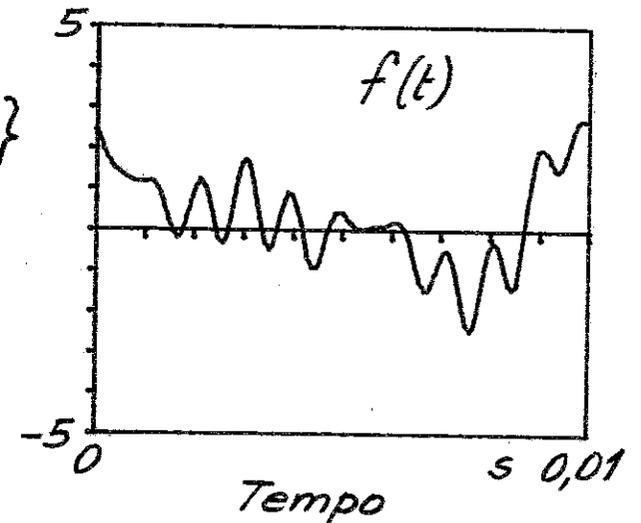
Spettro di ampiezza



$$\mathcal{F}^{-1}\{F(f_k)\}$$

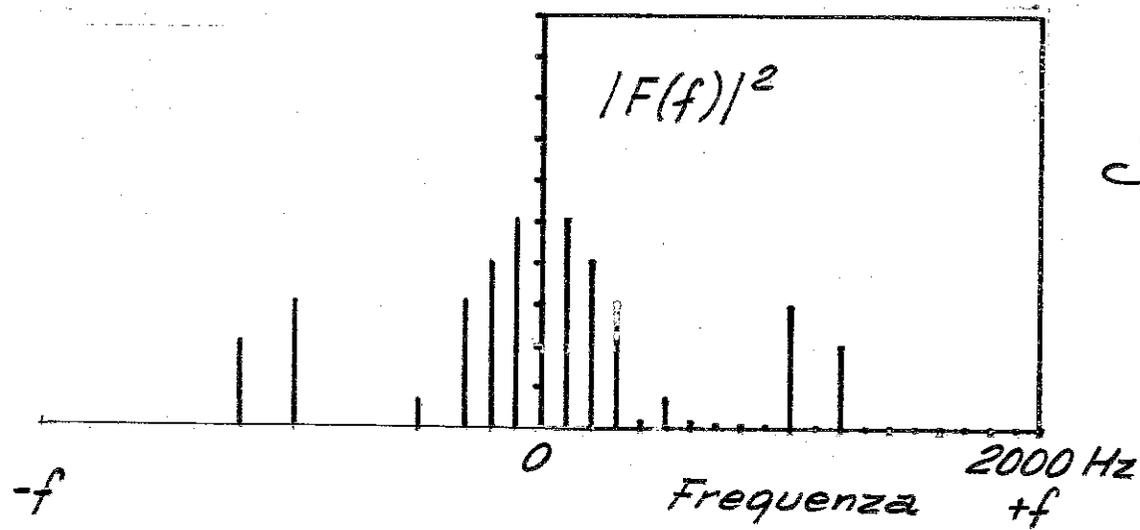


$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} F(f_k) e^{j2\pi f_k t}$$

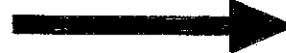


Trasformata inversa di Fourier

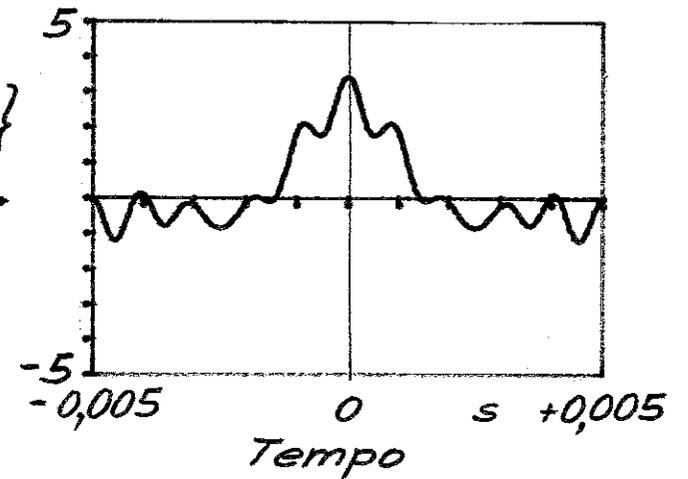
Spettro di potenza



$$\mathcal{F}^{-1}\{|F(f)|^2\}$$



Funzione di autocorrelazione



SPETTRO DI POTENZA

L'ENERGIA TOTALE DEL SEGNALE $f(t)$ DATA DALLA INTEGRAZIONE NEL TEMPO DEL QUADRATO DELLA FUNZIONE, PUO' ESSERE ANCHE CALCOLATA INTEGRANDO, NELLA FREQUENZA IL QUADRATO DELLA TRASFORMATA

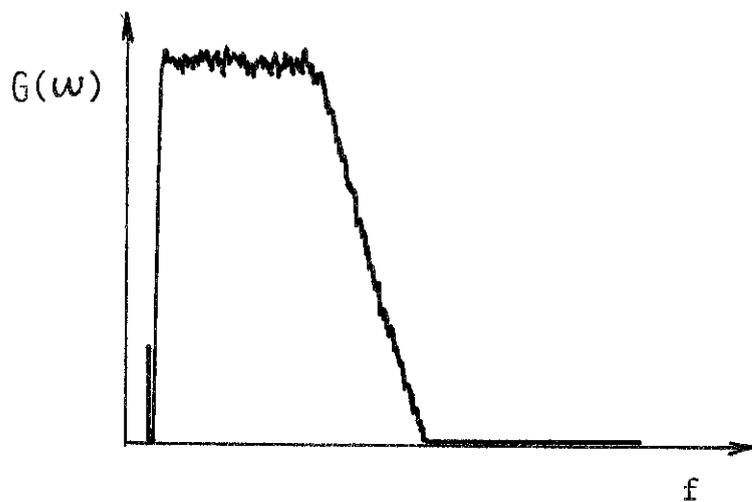
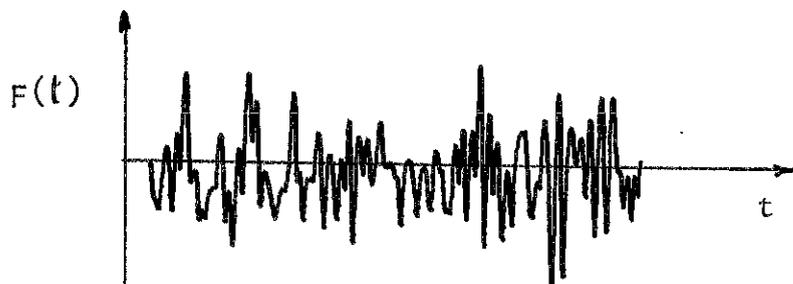
TEOREMA DI PARSEVAL

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} f^2(t) dt = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} |F(\omega)|^2 d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} G(\omega) d\omega$$

LA FUNZIONE $G(\omega) = 2\pi |F(\omega)|^2$ VIENE PERTANTO
DETTA DENSITA' SPETTRALE DI ENERGIA

PER I SEGNALI STAZIONARI, TRASFORMATI APPLICANDO LA FORMA NORMALIZZATA, L'ANALOGA GRANDEZZA RAPPRESENTA LA DENSITA' SPETTRALE DI POTENZA

SPETTRO DI AMPIEZZA DI FUNZIONI NON PERIODICHE.

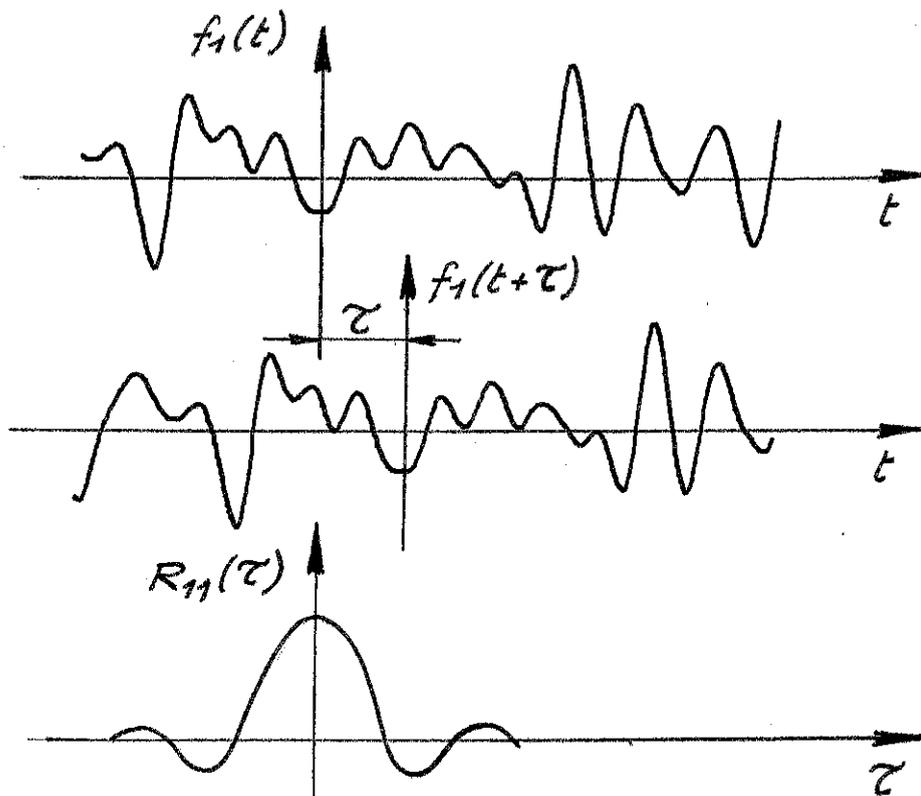


LO SPETTRO DI AMPIEZZA DI UN RUMORE È UNA
FUNZIONE CONTINUA

FUNZIONE DI AUTOCORRELAZIONE

DATA LA FUNZIONE TEMPORALE $f_1(t)$ LA FUNZIONE
DI AUTOCORRELAZIONE E' DEFINITA DALLA RELAZIONE

$$R_{11}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) f_1(t+\tau) dt$$



PRINCIPALI PROPRIETA' DELLA FUNZIONE DI AUTOCORRELAZIONE

- 1) É UNA FUNZIONE PARI, CIOÉ SIMMETRICA RISPETTO ALL'ORIGINE DELL'ASSE TEMPORALE

$$R_{11}(\tau) = R_{11}(-\tau)$$

- 2) NELL'ORIGINE ASSUME IL MASSIMO VALORE PARI ALLA
ENERGIA DEL SEGNALE

$$R_{11}(0) = \int_{-\infty}^{\infty} f^2(t) dt > |R_{11}(\tau)| \quad \tau \neq 0$$

PER LE FUNZIONI STAZIONARIE SI APPLICA LA FORMA NORMALIZZATA

$$R_{11}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f_1(t) f_1(t+\tau) dt$$

PER CUI IL VALORE NELL'ORIGINE ($\tau = 0$) É LA POTENZA
MEDIA DEL SEGNALE

SEGUE PROPRIETÀ AUTOCORRELAZIONE

- 3) TENDE A 0 PER $T \rightarrow \infty$
- 4) PERMETTE DI EVIDENZIARE COMPONENTI PERIODICHE O COMPONENTI DI RITARDO (ECHI) NEL SEGNALE
- 5) LA SUA TRASFORMATA DI FOURIER FORNISCE DIRETTAMENTE LA DENSITÀ SPETTRALE DI ENERGIA (O DI POTENZA) $G_{11}(\omega)$

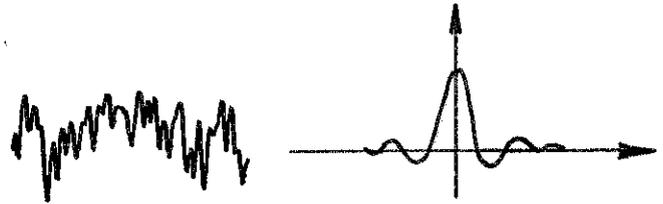
TEOREMA DI WIENER

$$G_{11}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{11}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau$$

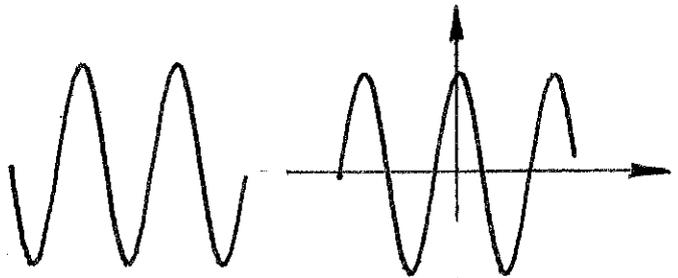
$$R_{11}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} G_{11}(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega$$

AUTOCORRELAZIONE DI VARI TIPI DI SEGNALE

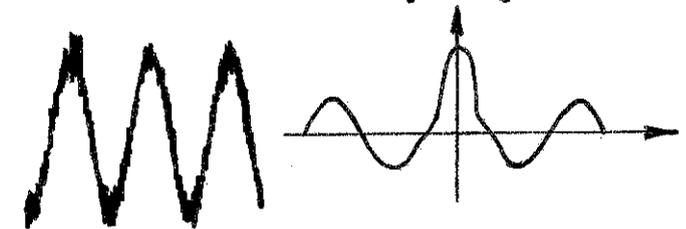
RUMORE



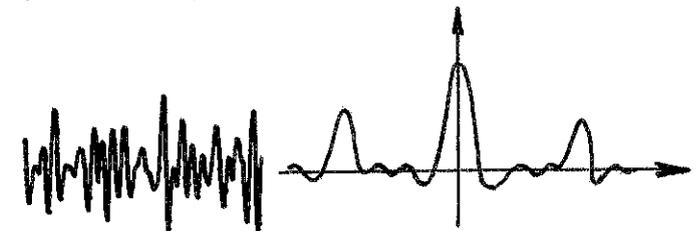
SINUSOIDE



RUMORE + SINUSOIDE



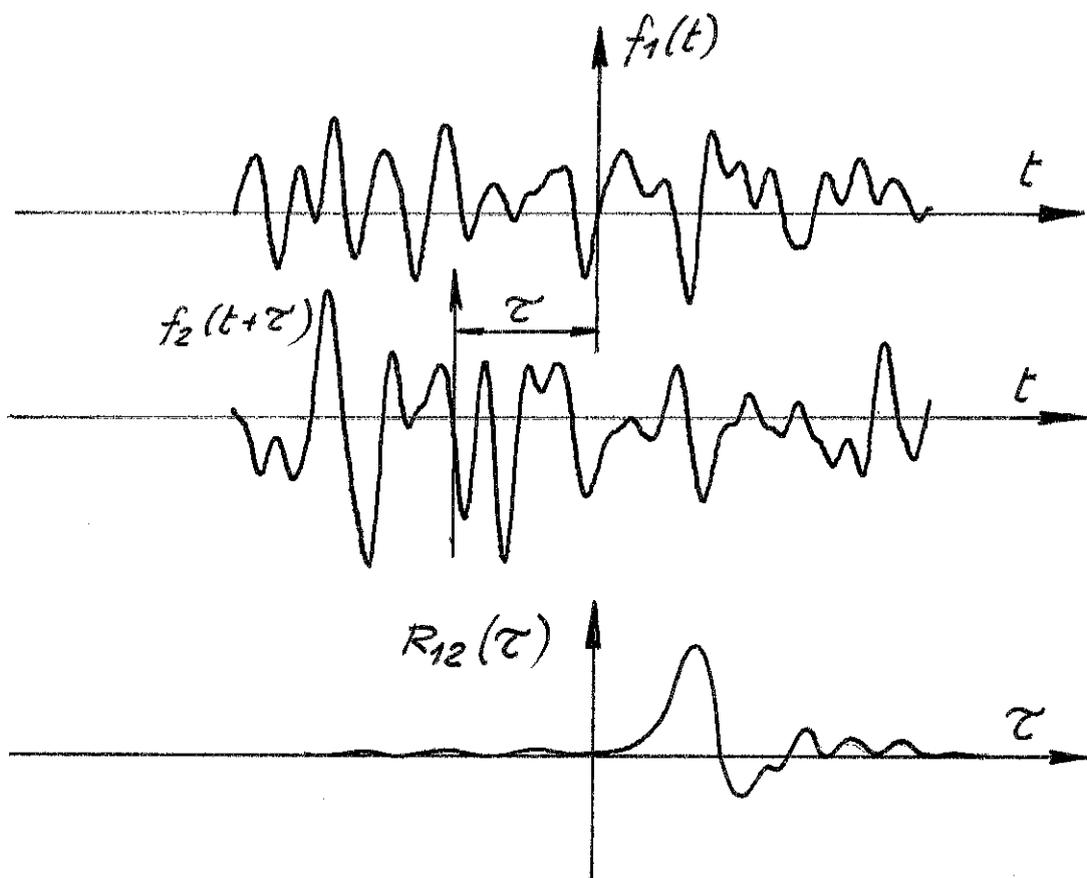
RUMORE CON ECO



FUNZIONE DI MUTUA CORRELAZIONE

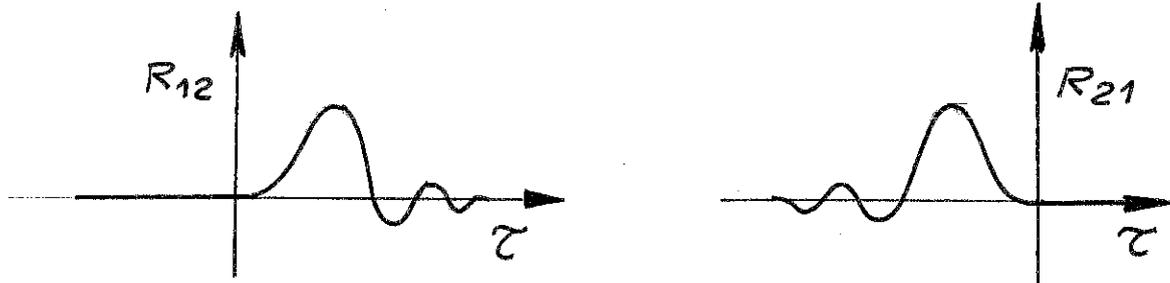
DATE DUE FUNZIONI TEMPORALI $f_1(t)$ E $f_2(t)$ SE NE DEFINISCE
LA FUNZIONE DI MUTUA CORRELAZIONE (CROSS-CORRELATION)
 $R_{12}(\tau)$ COME:

$$R_{12}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) f_2(t+\tau) dt$$



PRINCIPALI PROPRIETÀ DELLA FUNZIONE DI MUTUA CORRELAZIONE

1) VALE LA PROPRIETÀ $R_{12}(\tau) = R_{21}(-\tau)$



2) È LEGATA ALLO SPETTRO MUTUO $G_{12}(\omega)$ DELLE DUE FUNZIONI:

$$G_{12}(\omega) = 2\pi F_1^*(\omega) F_2(\omega)$$

DALLA TRASFORMATA DI FOURIER

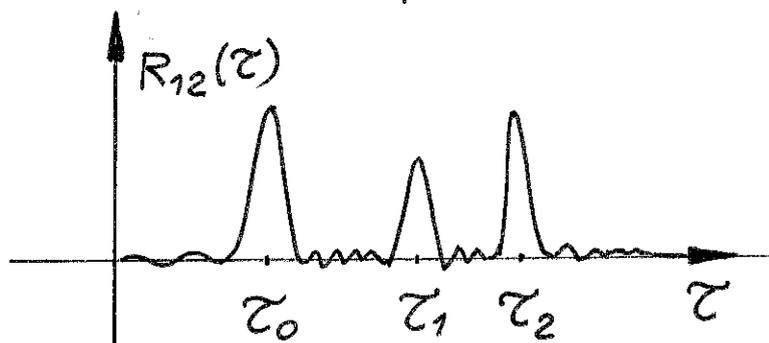
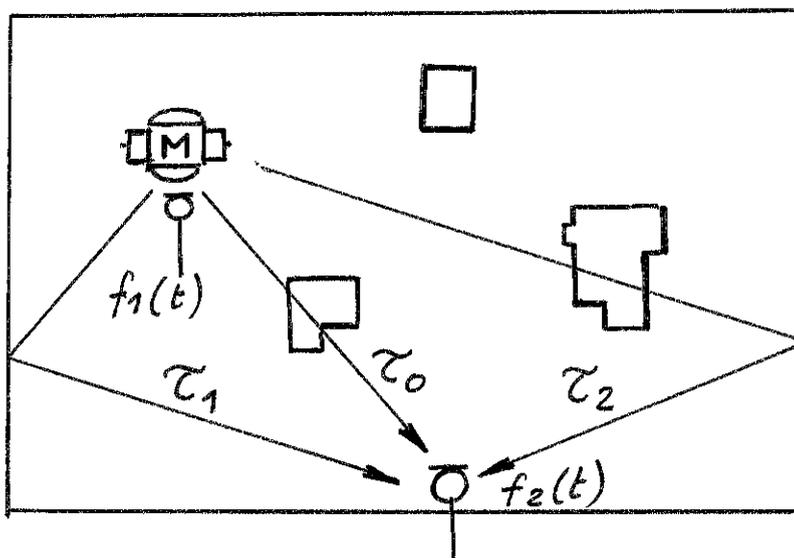
TEOREMA DI WIENER

$$R_{12}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} G_{12}(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega$$

$$G_{12}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{12}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau$$

SEGUE PROPRIETÀ MUTUA CORRELAZIONE

- 3) APPLICATA A SEGNALI RILEVATI IN PUNTI DIVERSI DI UN SISTEMA CONSENTE DI VALUTARNE LE PROPRIETÀ TRANSMISSIVE ED I RITARDI DI PROPAGAZIONE



SEGUE PROPRIETÀ MUTUA CORRELAZIONE

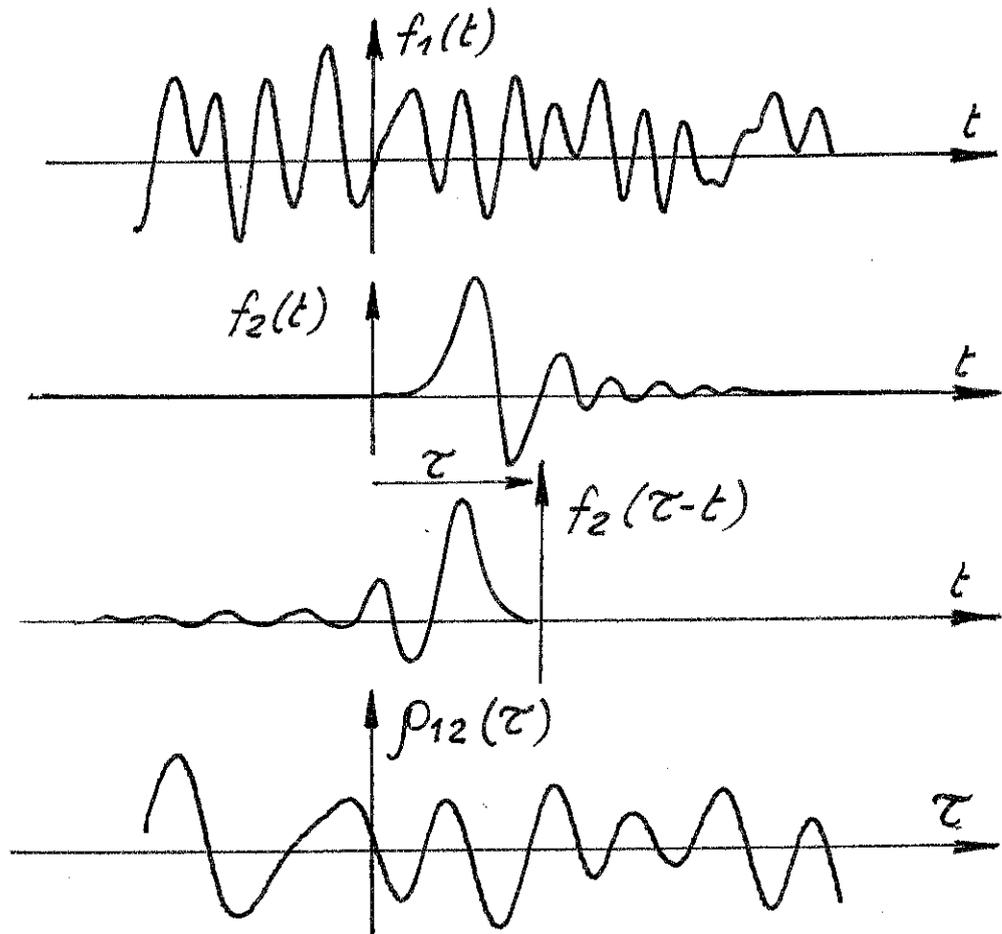
- 4) PER LE FUNZIONI STAZIONARIE AD ENERGIA INFINITA
SI APPLICA LA FORMA NORMALIZZATA:

$$R_{12}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f_1(t) f_2(t+\tau) dt$$

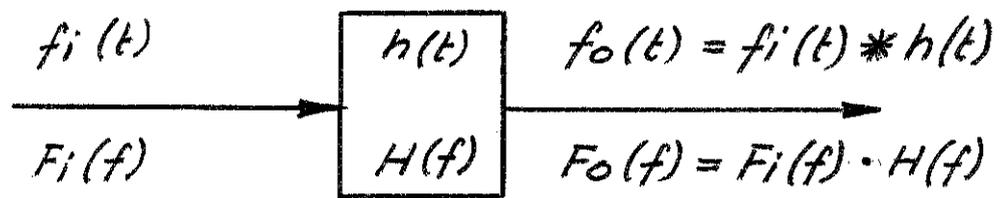
FUNZIONE DI CONVOLUZIONE

DATE DUE FUNZIONI TEMPORALI $f_1(t)$ E $f_2(t)$ SE NE DEFINISCE LA CONVOLUZIONE $\rho_{12}(\tau)$ COME:

$$\rho_{12}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) f_2(\tau - t) dt = f_1 * f_2$$



Teorema della convoluzione

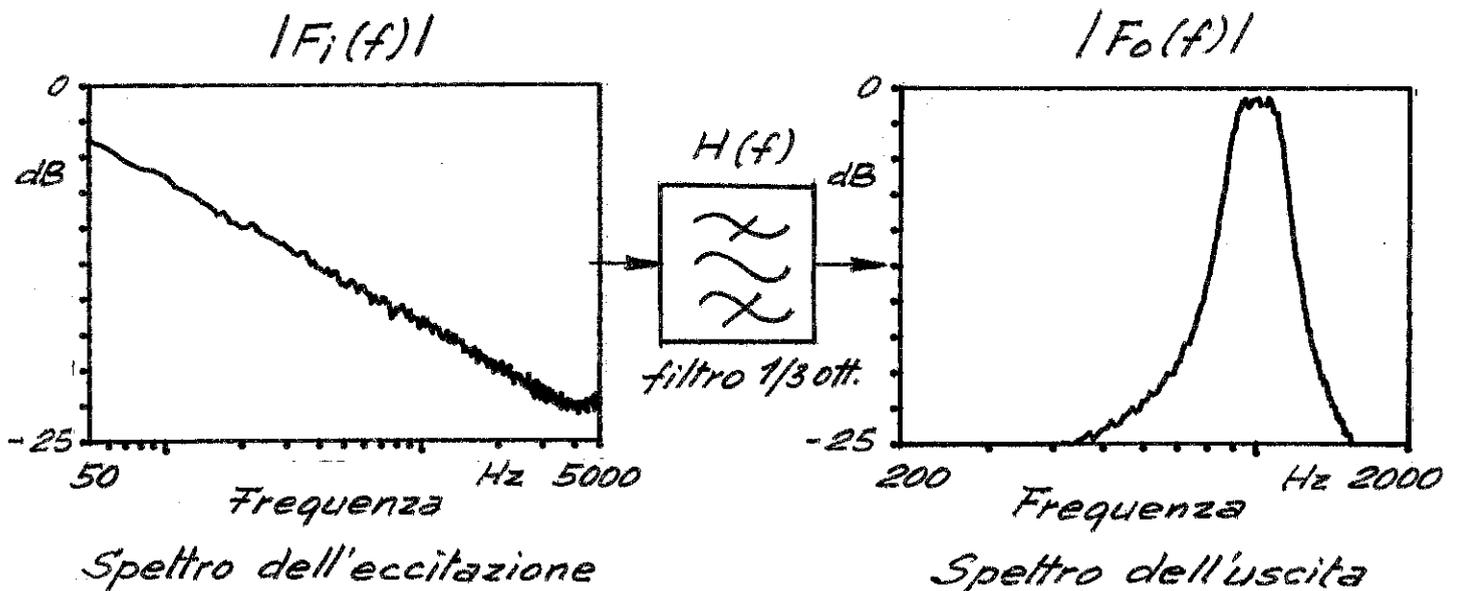


La trasformata di Fourier della convoluzione di due funzioni è pari al prodotto delle rispettive trasformate

$$\mathcal{F}\{f_i(t) * h(t)\} = F_i(f) \cdot H(f)$$

$H(f)$ - (risposta in frequenza del sistema) - è la trasformata di Fourier della risposta del sistema all'impulso.

Esempio su un filtro a 1/3 d'ottava



PRINCIPALI PROPRIETA' DELLA CONVOLUZIONE

1)
$$p_{12}(\tau) = p_{21}(\tau)$$

- 2) LA TRASFORMATA DI FOURIER DELLA CONVOLUZIONE DI DUE FUNZIONI É PARI AL PRODOTTO DELLE RISPETTIVE TRASFORMATE

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} p_{12}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau = F_1(\omega) F_2(\omega)$$

- 3) APPLICANDO ALL'INGRESSO DI UN QUADRIPOLO, AVENTE RISPOSTA ALL'IMPULSO $h(t)$ UN SEGNALE $x(t)$, IL SEGNALE IN USCITA $y(t)$ É DATO DALLA CONVOLUZIONE

$$y(t) = x(t) * h(t)$$

DA CUI LA NOTA RELAZIONE:

$$Y(\omega) = X(\omega) \cdot H(\omega)$$

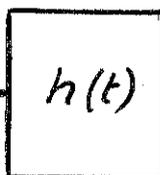
Caratteristiche di un sistema lineare

Eccitazione

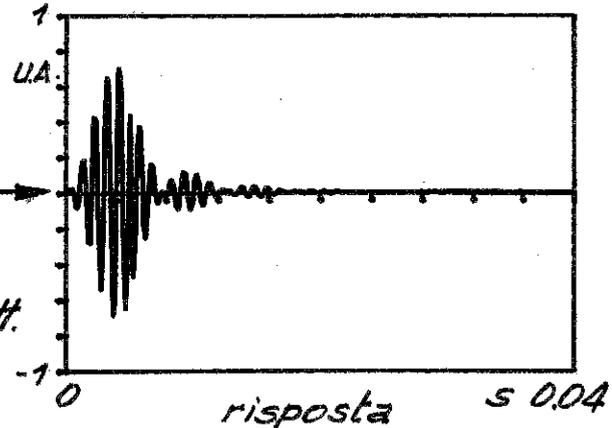
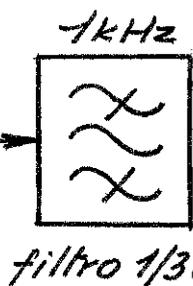
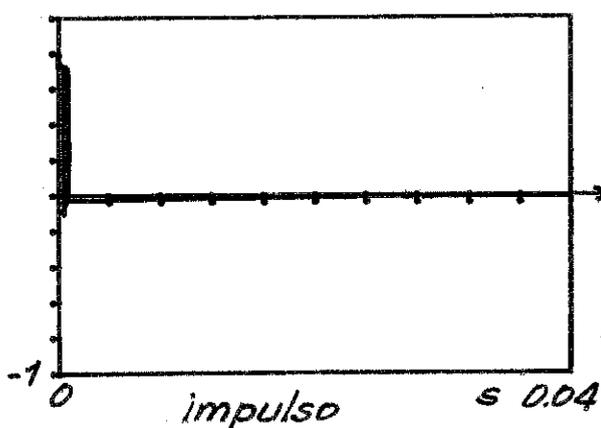
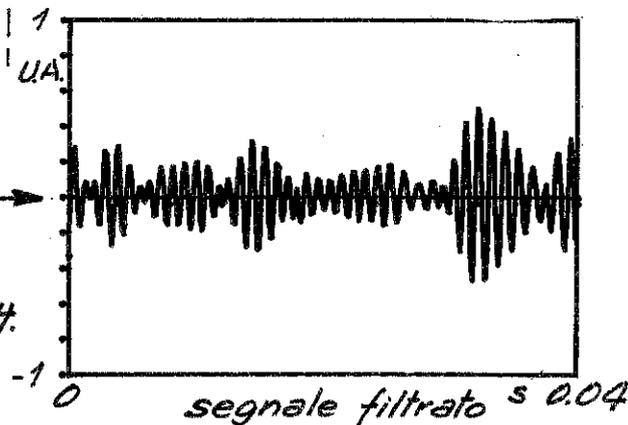
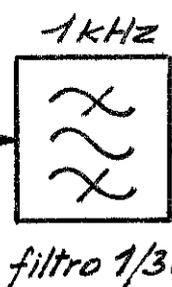
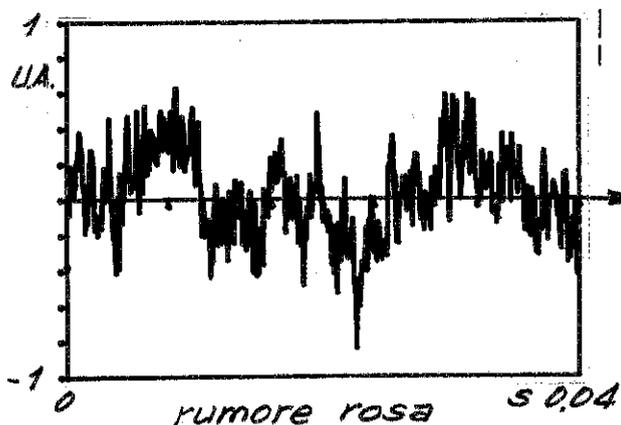
Sistema
lineare

Risposta

$f_i(t)$



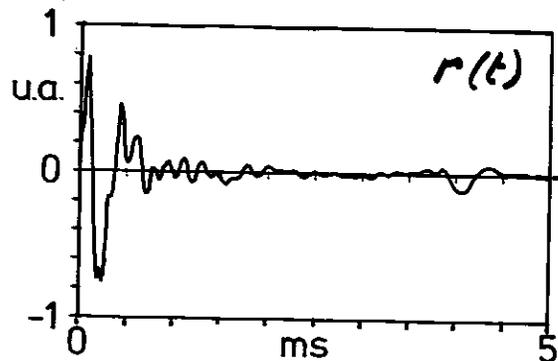
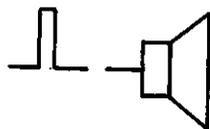
$f_o(t)$



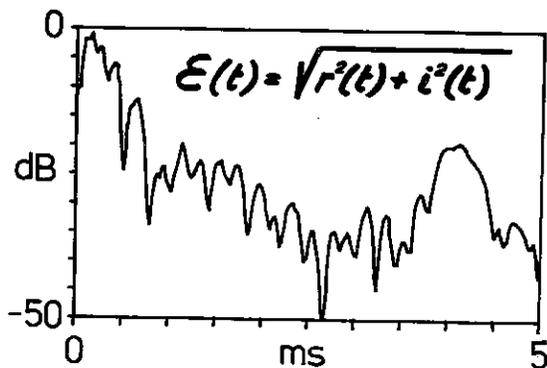
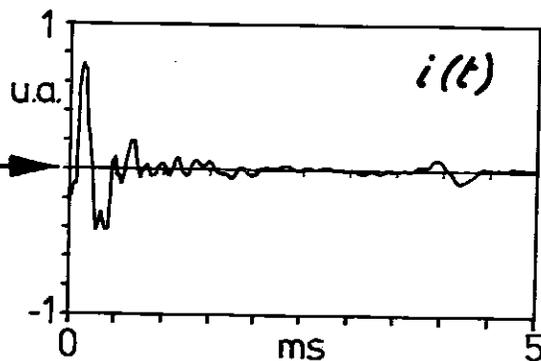
Convoluzione nel dominio del tempo

$$f_o(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f_i(\tau) h(t-\tau) d\tau$$

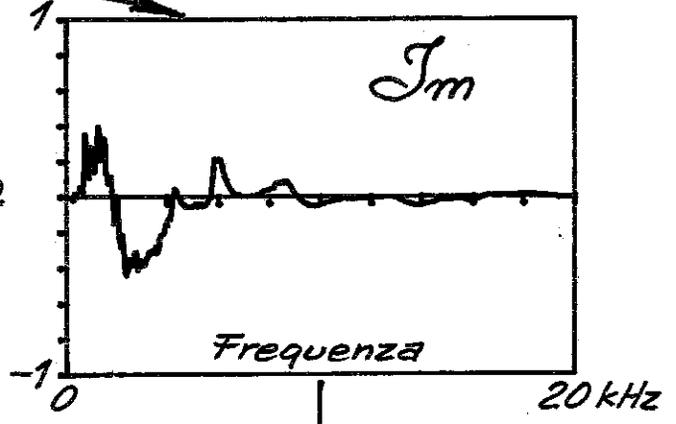
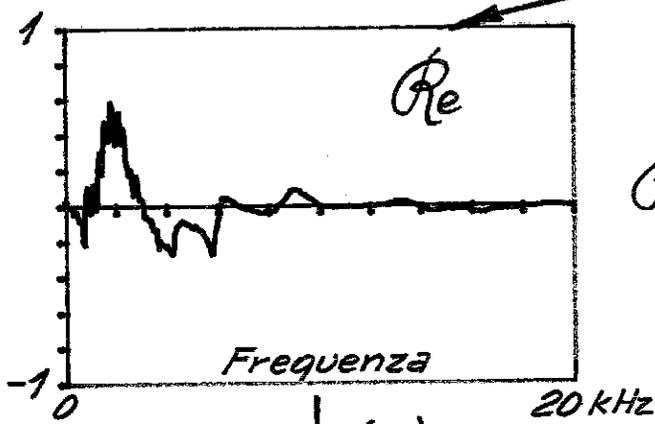
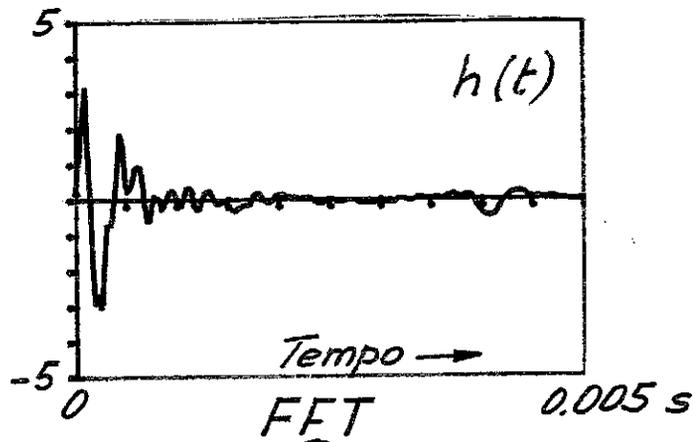
$$f_o(t) = f_i(t) * h(t)$$



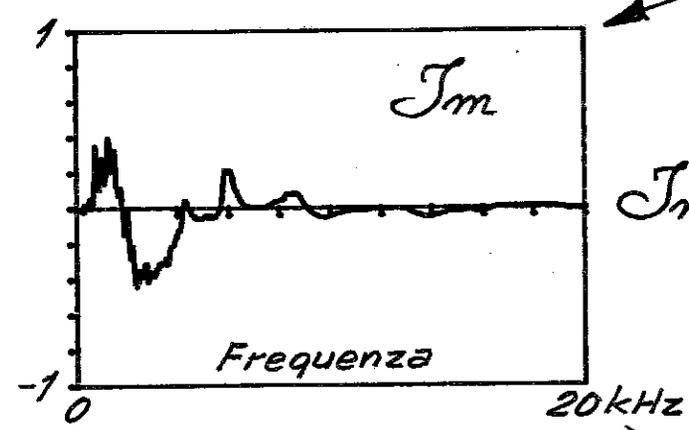
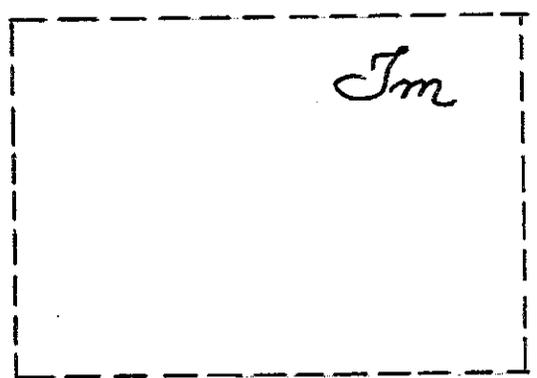
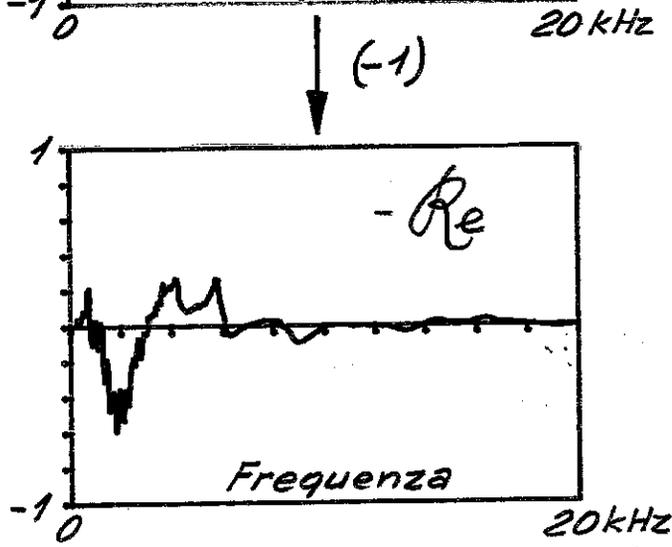
HILBERT
TRANSFORM



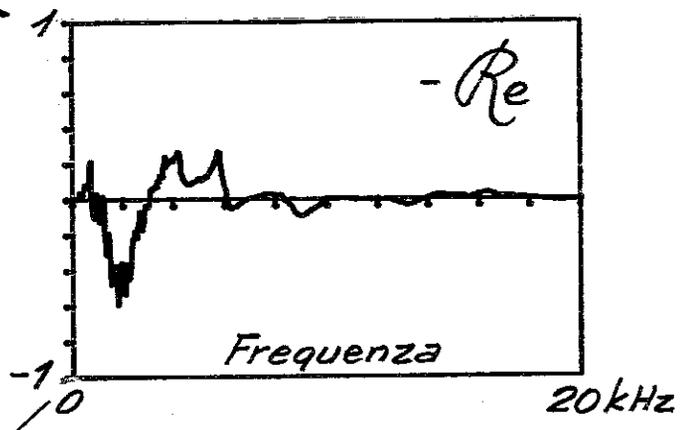
Trasformata di Hilbert



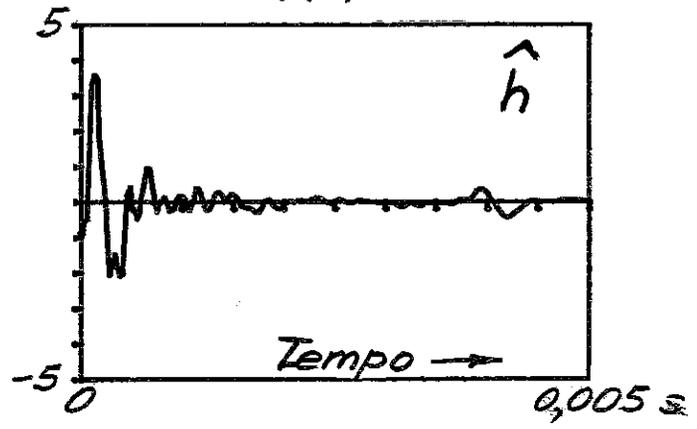
$Re + jIm$



$Im - jRe$



IFT



Applicazioni del Cepstrum

- Rivelazione echi* {
 Segnali sismici
 Segnali subacquei
 Misure su altoparlanti
 Misure delle proprietà riflettenti
 di superfici
- Diagnostica* {
 Determinazione di armoniche e
 monitoraggio di bande laterali
 (turbine, scatole ingranaggi etc.)
- Analisi della voce* {
 Estrazione della frequenza fondamentale
 Estrazione delle formanti

Cepstrum di potenza $C_p(z)$ (Power cepstrum)

definizione:

$$C_p(z) = \mathcal{F}^{-1} \{ \log F_{xx}(f) \}$$

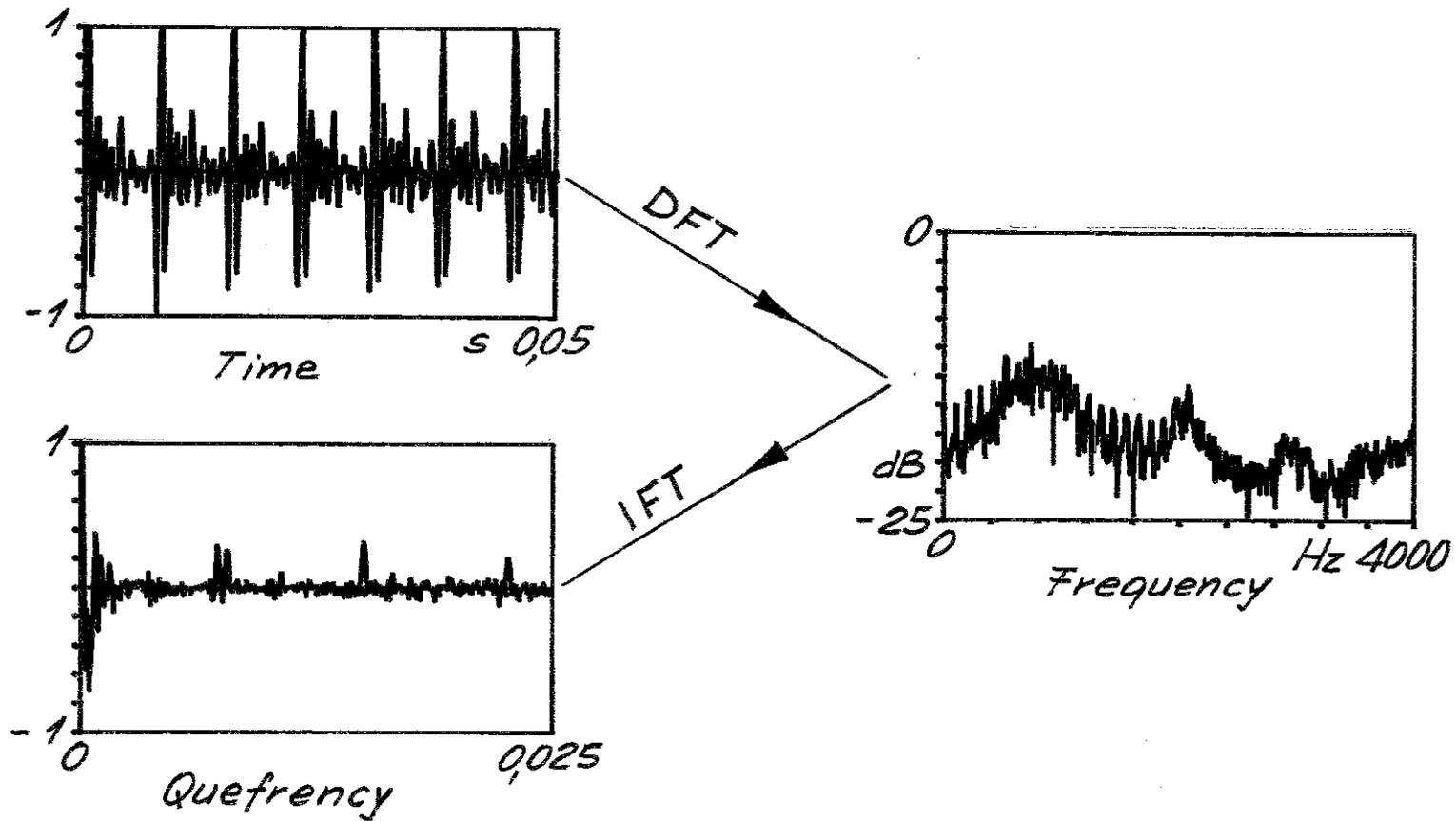
dove $F_{xx}(f) = |\mathcal{F}\{f(t)\}|^2$ autospettro di $f(t)$

confronto con la funzione di autocorrelazione R_{xx}

$$R_{xx}(z) = \mathcal{F}^{-1} \{ F_{xx}(f) \}$$

Cepstrum di potenza $C_p(\tau)$ (esempio)

$$C_p(\tau) = \mathcal{F}^{-1} \{ \log F_{xx}(f) \}$$



Cepstrum complesso $C_c(z)$

definizione:

$$C_c(z) = \mathcal{F}^{-1} \{ \log F_x(f) \}$$

dove: $F_x(f)$ è la trasformata di Fourier di $f(t)$

$$F_x(f) = \mathcal{F} \{ f(t) \} = a_x(f) + j b_x(f) = A_x(f) e^{j\phi_x(f)}$$

$F_x(f)$ è una funzione complessa coniugata

pari $F_x(-f) = F_x^*(f)$, poiché $f(t)$ è reale

$$\log F_x(f) = \log A_x(f) + j\phi_x(f)$$

Il Cepstrum complesso $C_c(z)$ - trasformata

inversa della funzione coniugata pari

$\log F_x(f)$ - è una funzione reale.

$\log F_x(f)$ è complessa

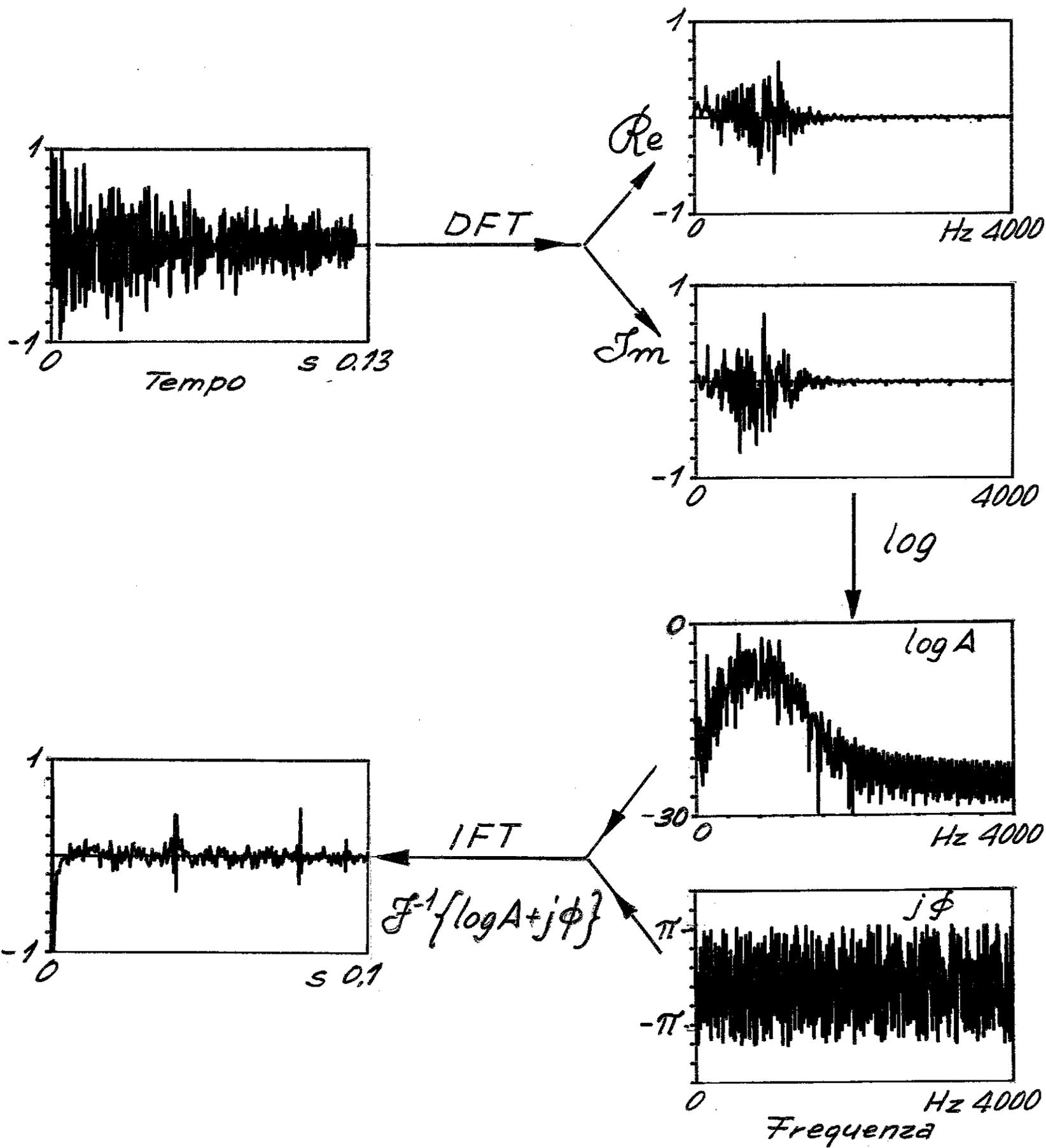
$C_c(z)$ è reale

se $\phi_x(f) = 0$ poiché $F_{xx}(f) = A_x^2(f)$

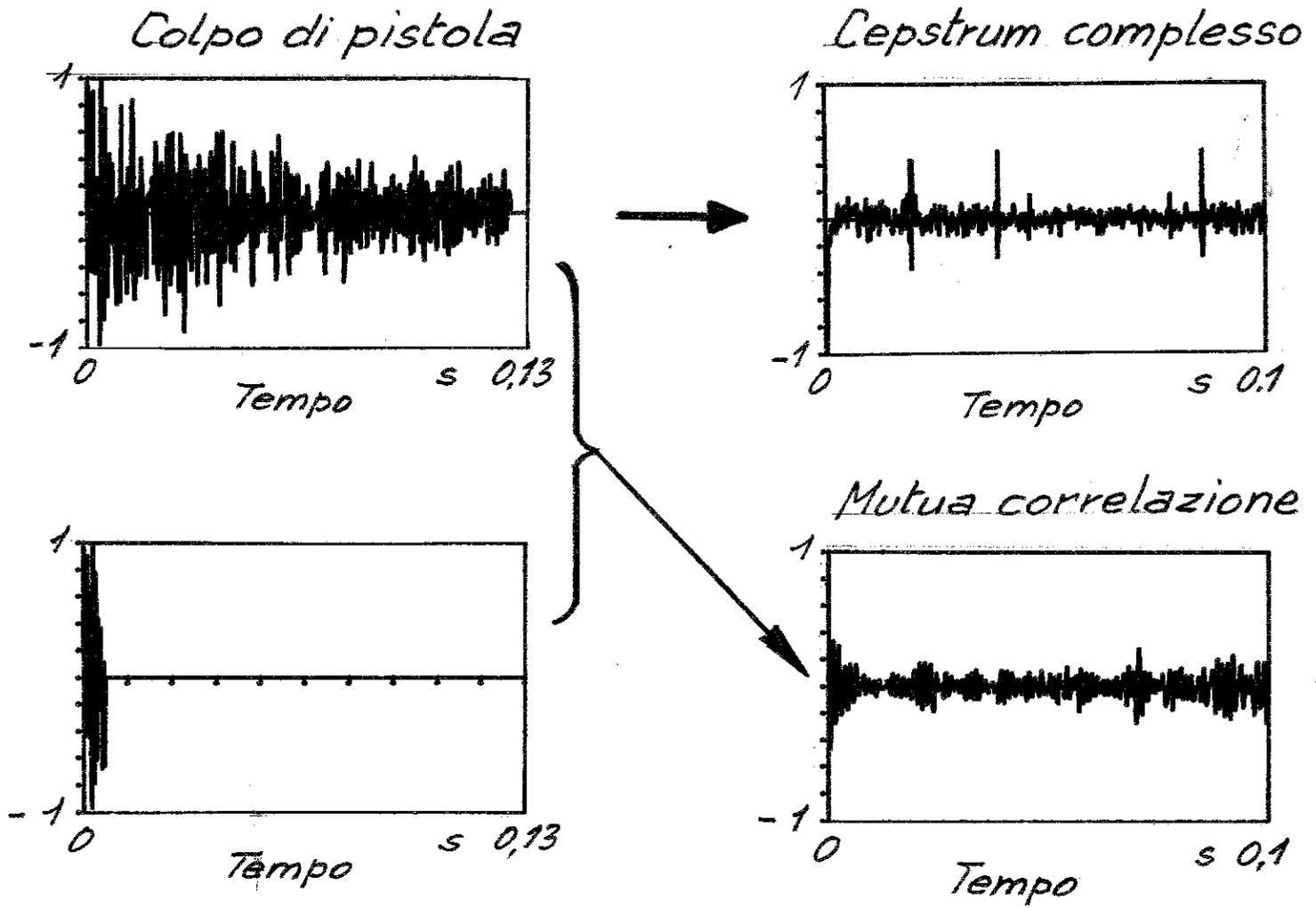
$C_c(z)$ coincide con $C_p(z)$

Cepstrum complesso $C_c(z)$

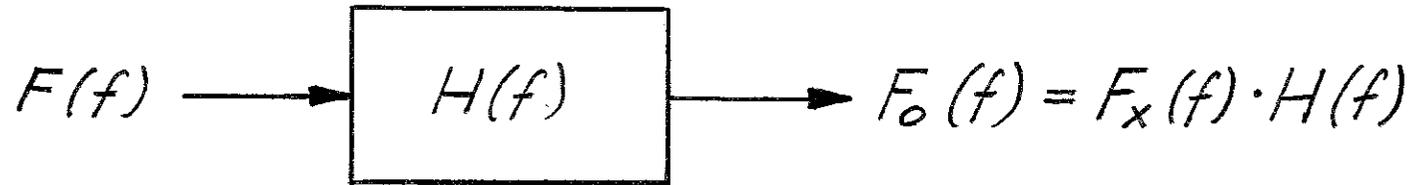
$$C_c(z) = \mathcal{F}^{-1} \{ \log F_x(f) \}$$



Rivelazione di echi



Deconvoluzione



$$\log F_y(f) = \log F_x(f) + \log H(f)$$

per la linearità delle trasformate di Fourier si può scrivere

$$\mathcal{F}^{-1}\{\log F_y(f)\} = \mathcal{F}^{-1}\{\log F_x\} + \mathcal{F}^{-1}\{\log H(f)\}$$

le stesse relazioni additive sono mantenute nel

Cepstrum complesso

Applicazione delle tecniche impulsive in Acustica

- 1) *Trasduttori elettroacustici* {
 - Curve di risposta*
 - Analisi del transitorio*
 - Andamento dell'energia nel tempo*

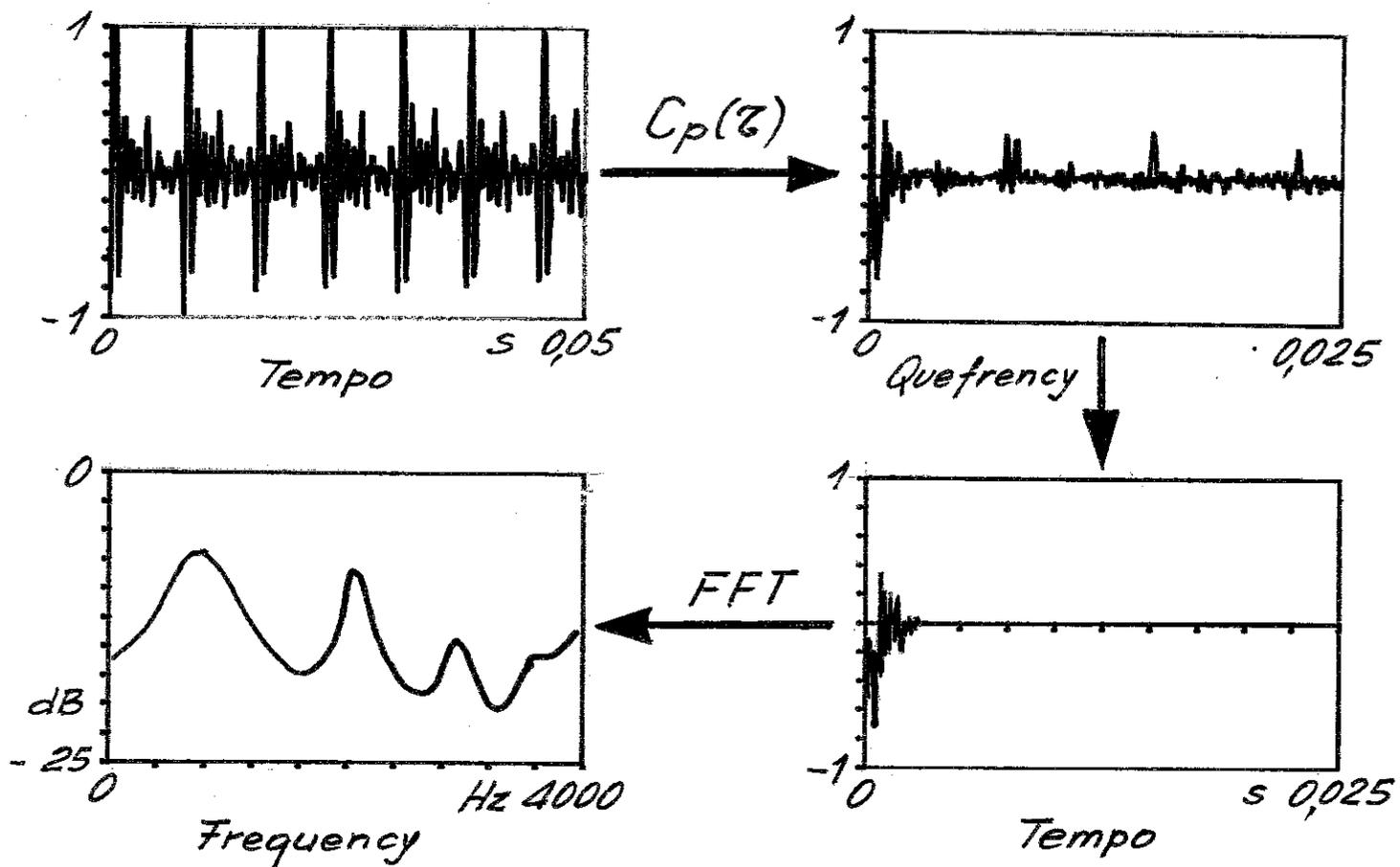
- 2) *Rivelazione di echi* {
 - Sismologia*
 - Acustica delle sale*
 - Strutture*

- 3) *Misura del tempo di riverbero* {
 - Ambienti*
 - Strutture*

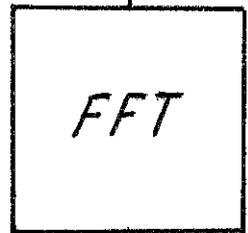
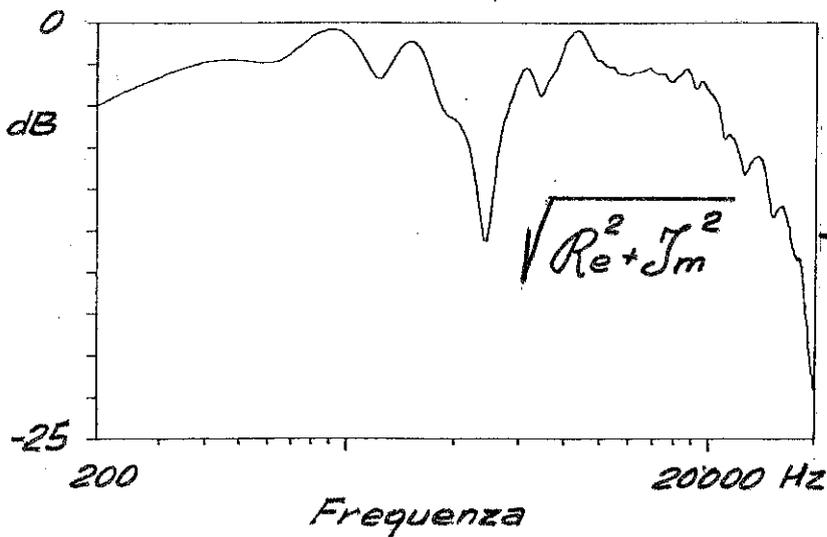
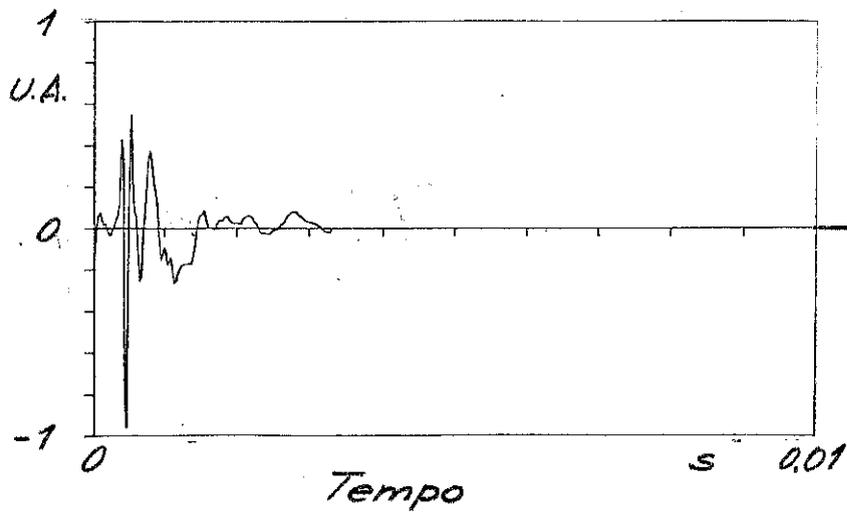
- 4) *Isolamento di divisori* {
 - In Laboratorio*
 - In Opera*

- 5) *Assorbimento del suono* {
 - Nei Locali*
 - Dei Materiali*

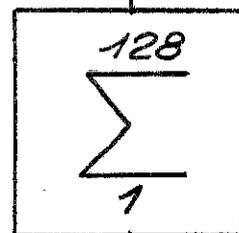
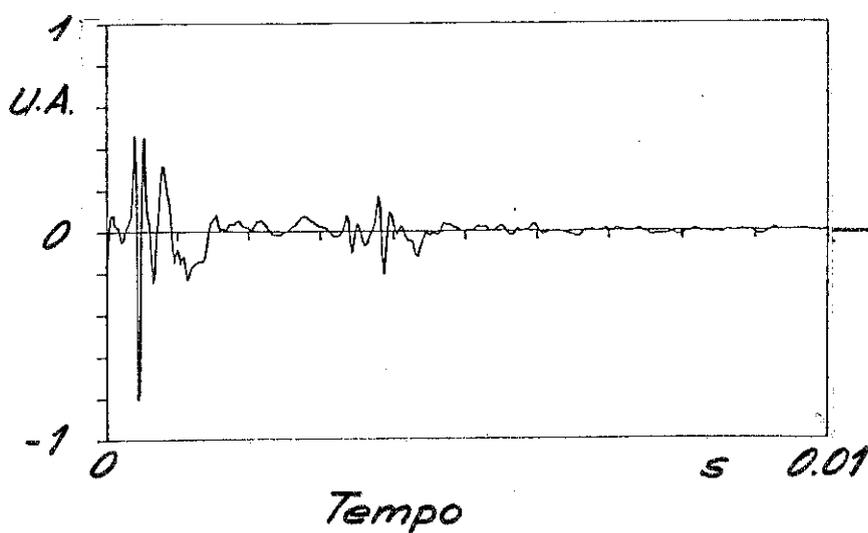
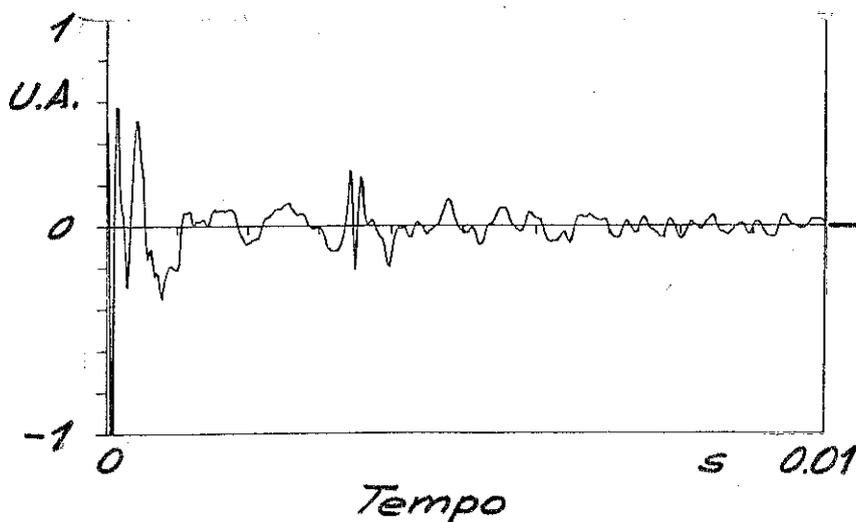
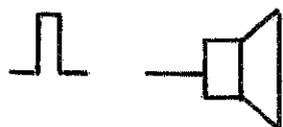
Deconvoluzione spettro segnale vocale



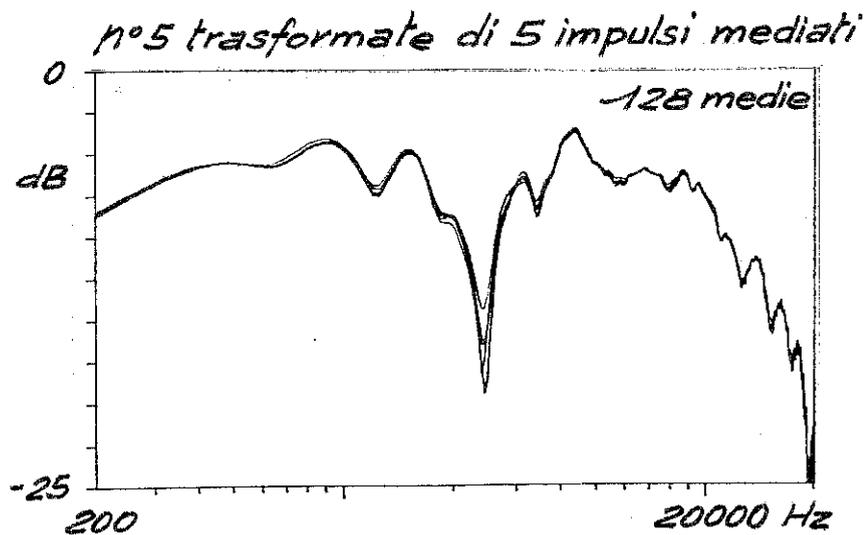
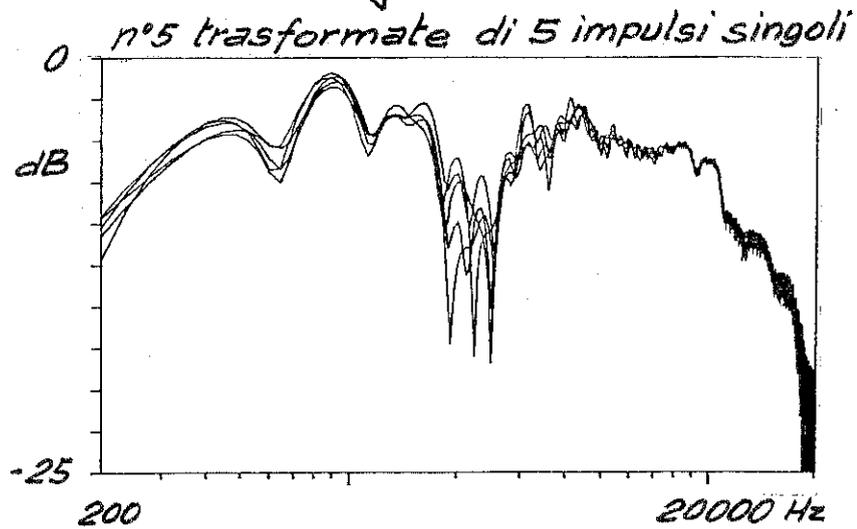
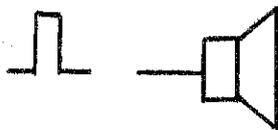
Altoparlante: risposta all'impulso



Altoparlante: risposta all'impulso -
medie temporali - rapporto $\frac{\text{segnale}}{\text{disturbo}} \approx 5 \text{ dB}$



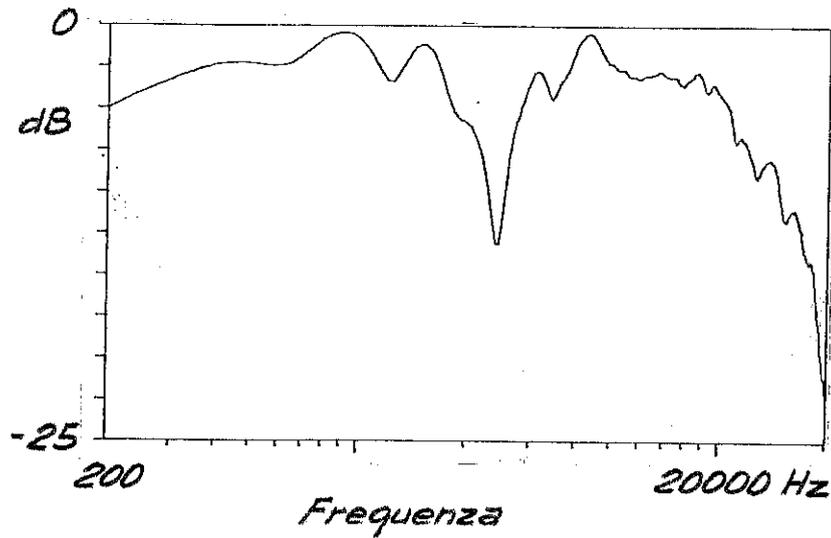
Altoparlante: risposta all'impulso -
 trasformate dell'impulso mediato -
 rapporto $\frac{\text{segnale}}{\text{disturbo}} \approx 5 \text{ dB}$



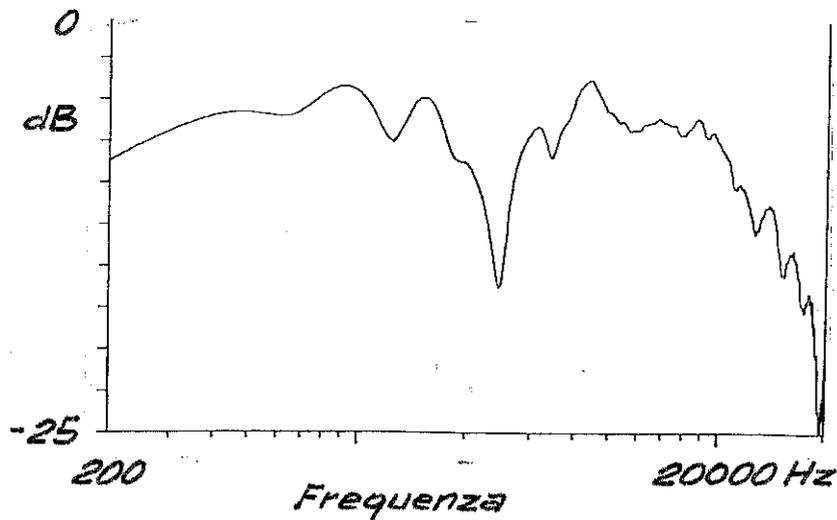
*Altoparlante : risposta all'impulso -
media su 128 impulsi*



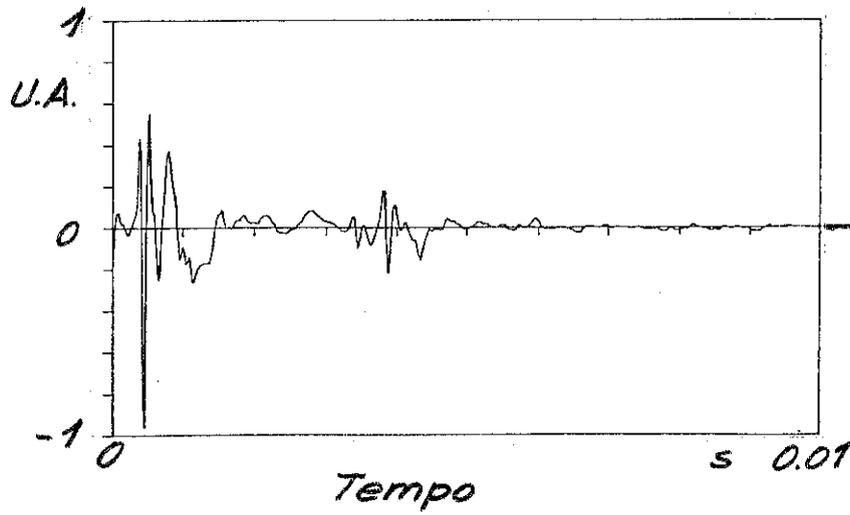
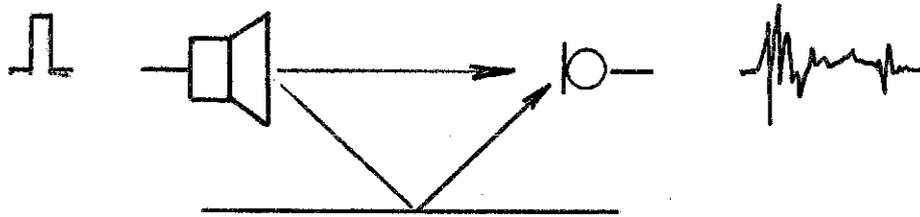
Risposta in ambiente silenzioso S/N > 30dB



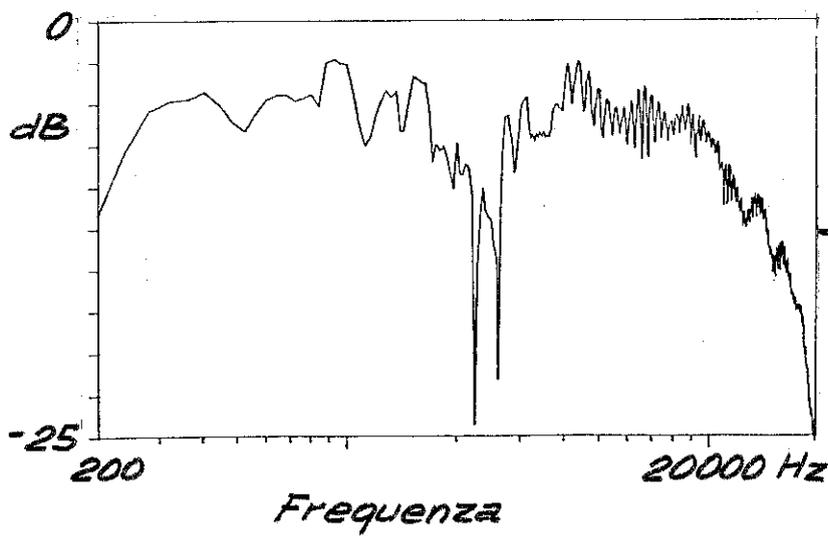
Risposta in ambiente rumoroso S/N ≈ 5dB



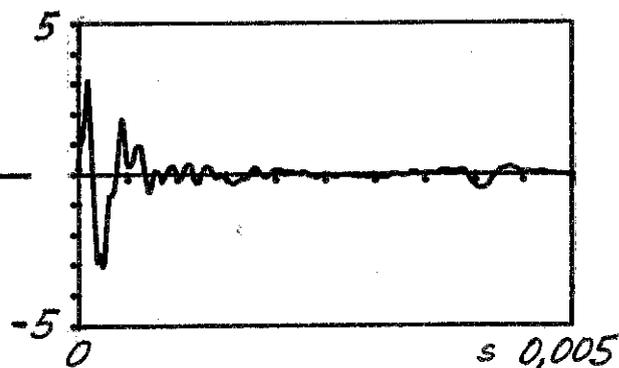
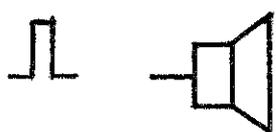
*Altoparlante: risposta all'impulso
con eco*



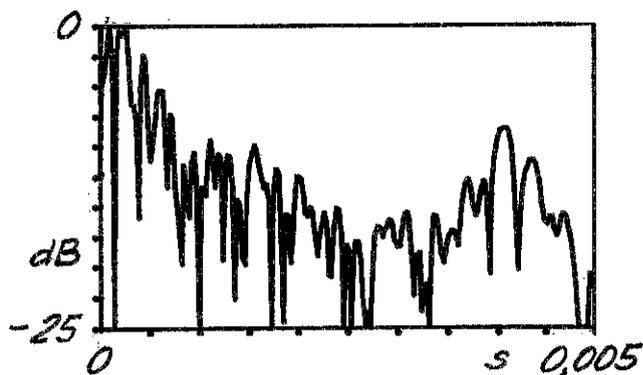
FFT



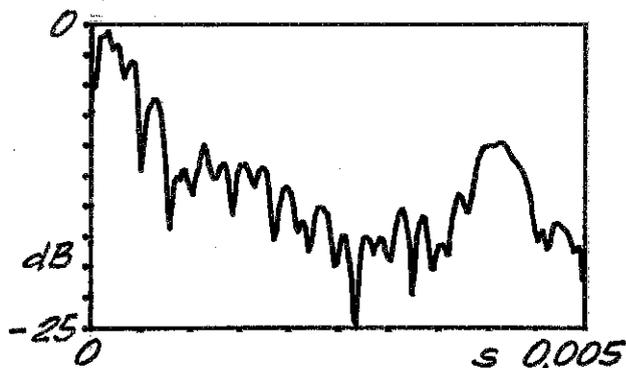
Risposta all'impulso



$$|h(t)| = \sqrt{h(t)^2}$$



$$|h^{\circ}(t)| = \sqrt{h(t)^2 + \hat{h}(t)^2}$$



$|h^{\circ}(t)|$ Densità energetica totale nel punto di ricezione.



Segnale Analitico $\hat{h}(t)$

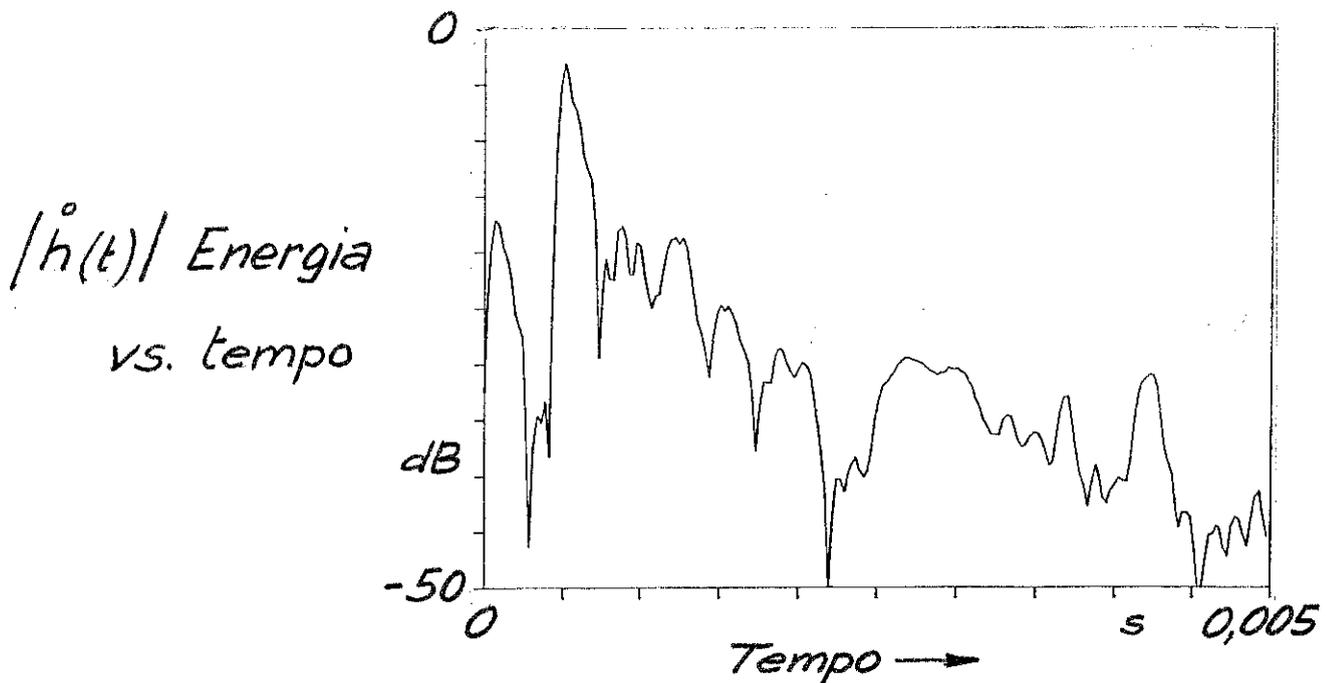
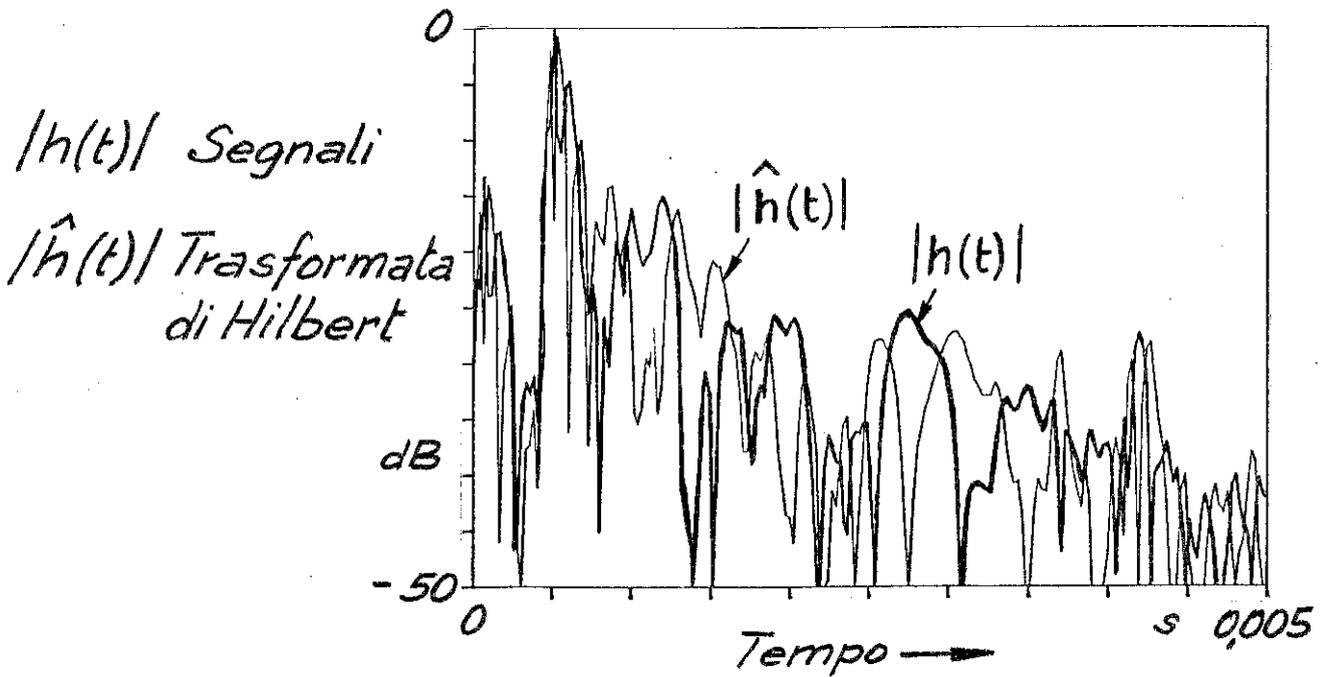
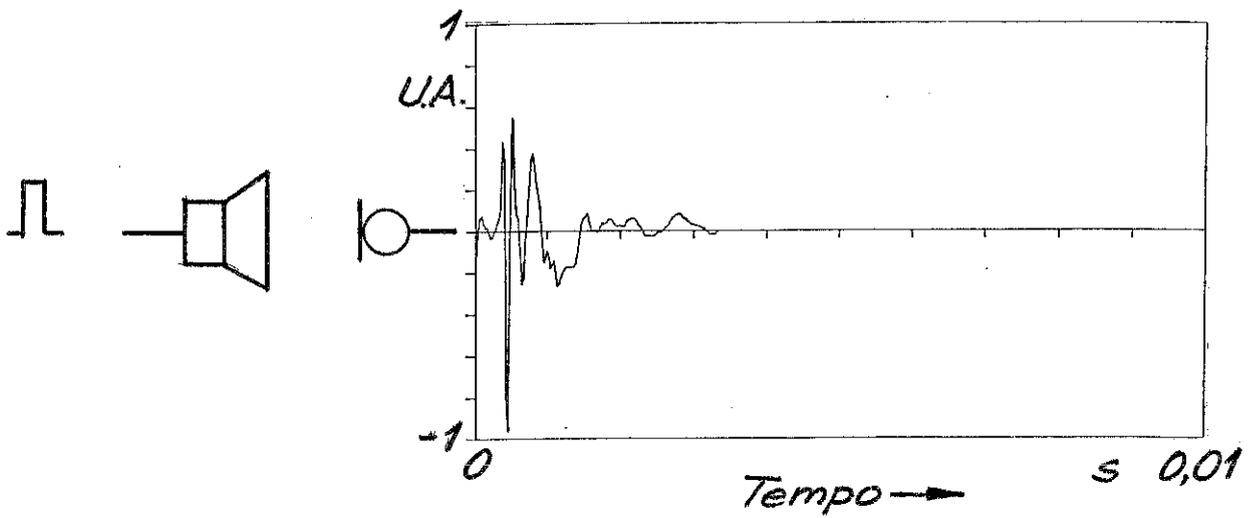
$$\hat{h}(t) = h(t) + j \hat{h}(t)$$

$h(t)$ - Risposta all'impulso - è legata all'energia potenziale

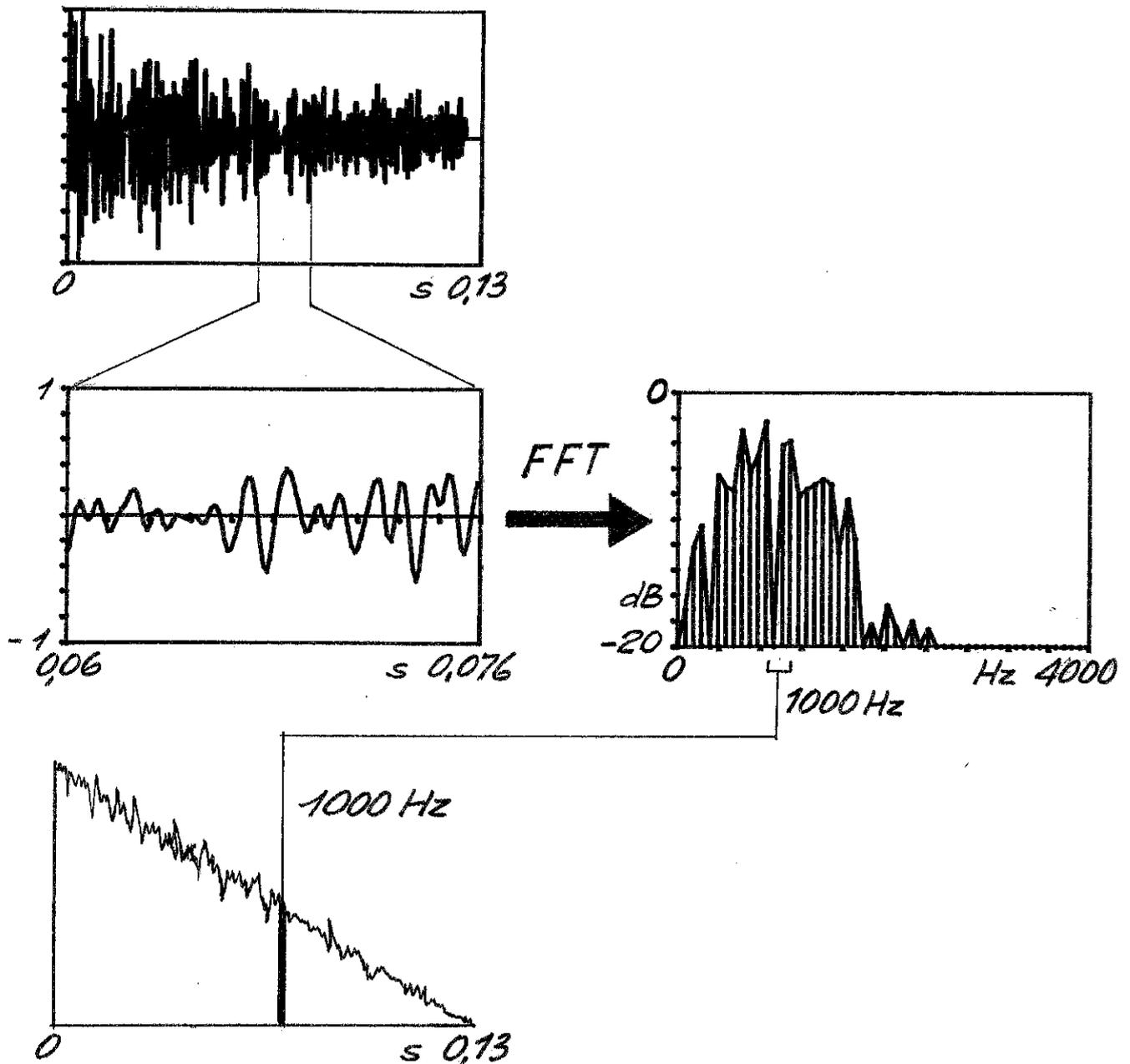
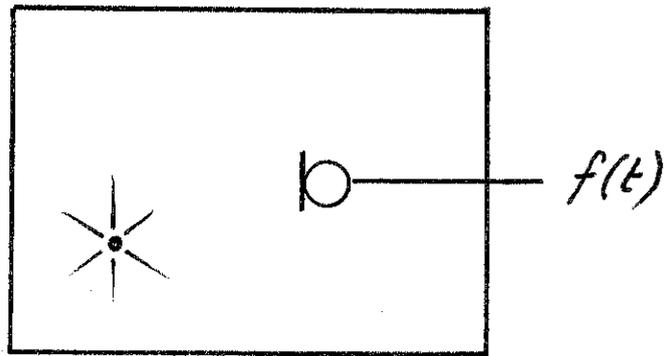
$\hat{h}(t)$ - Trasformata di Hilbert di $h(t)$ - è legata alla
energia cinetica

$\hat{h}(t)$ - Contiene informazioni relative all'ampiezza e alle
ripartizioni tra energia cinetica e potenziale

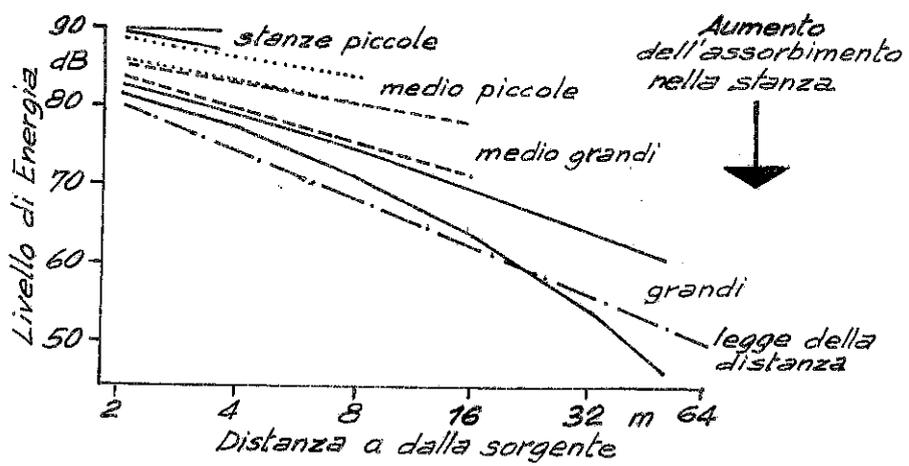
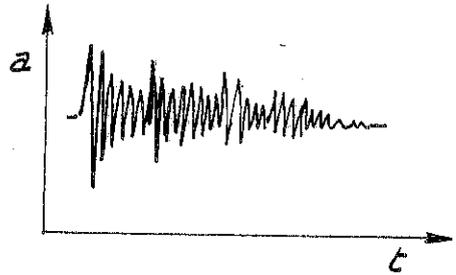
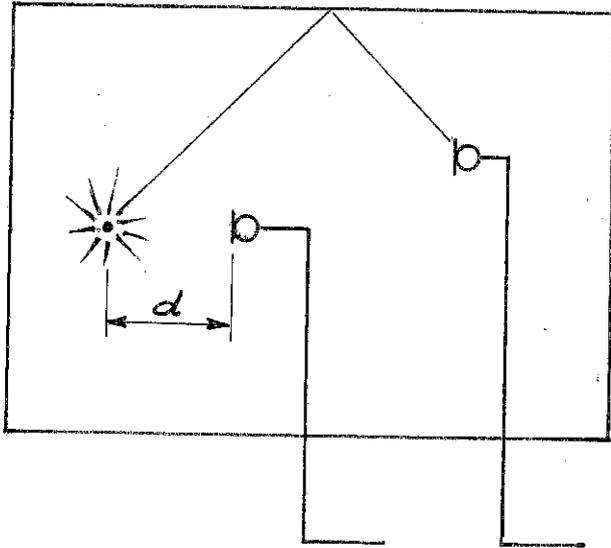
Andamento dell'energia ricevuta nel tempo



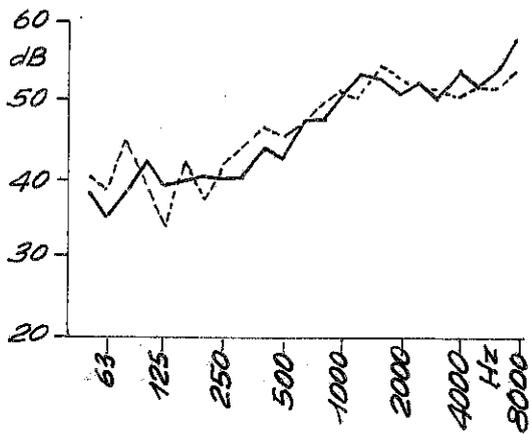
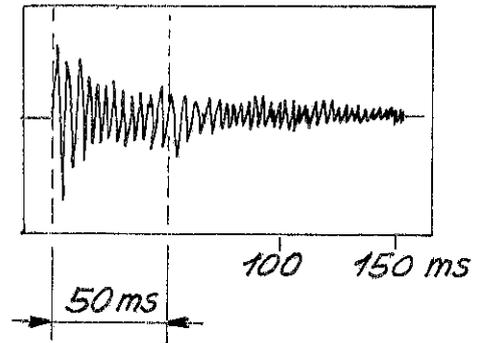
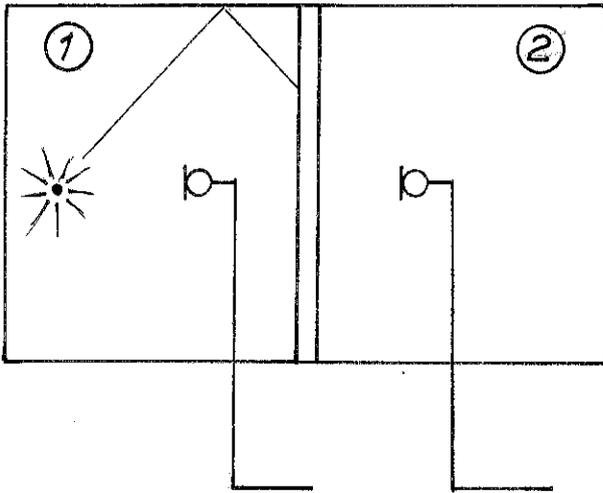
Tempo di riverbero



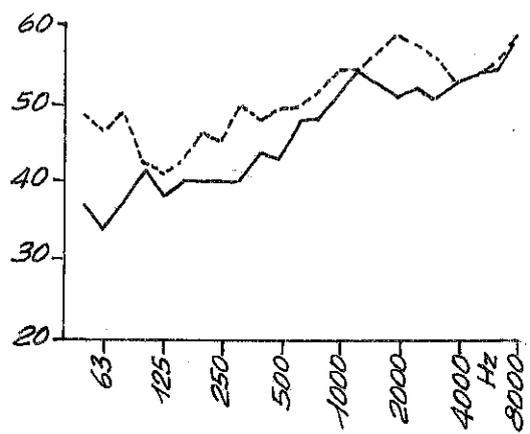
Assorbimento nei locali



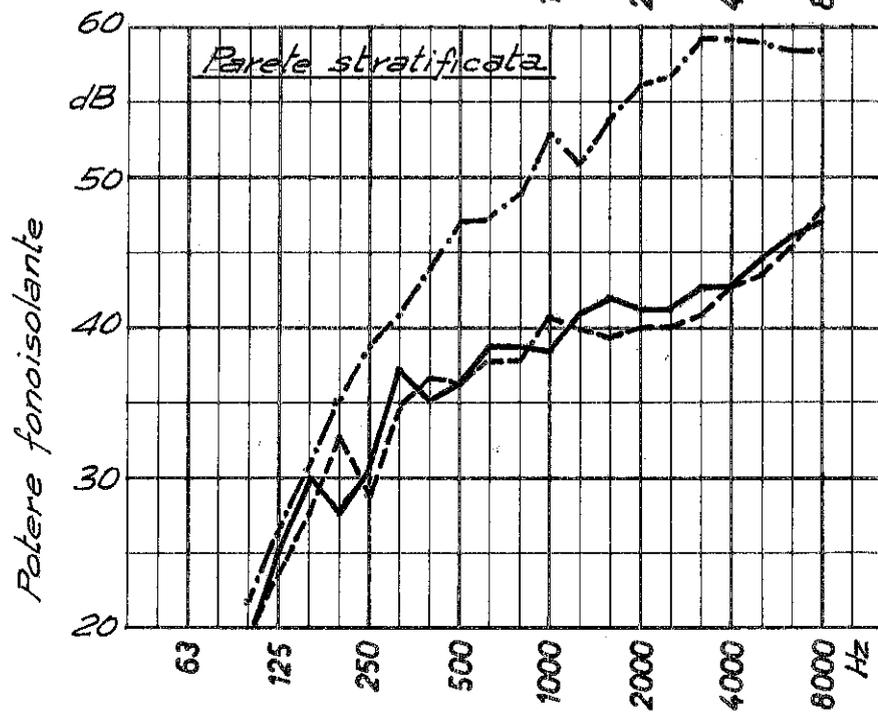
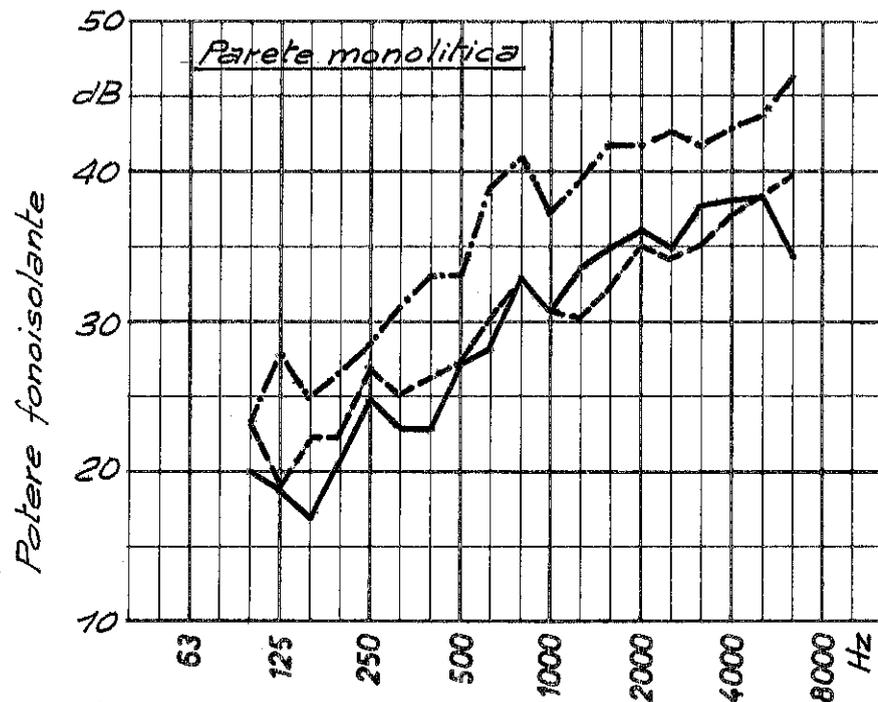
Isolamento di divisori



--- Eccitazione stazionaria
 — " impulsiva



--- Eccitazione stazionaria
 — " impulsiva



- · — Misura da 0 a 50 ms
- - - Misura da 0 a ∞ ms
- Regime stazionario