

IMPLEMENTAZIONI CON TECNICHE DIGITALI DELLE RETI DI INTEGRAZIONE FAST / SLOW

Raffaele Pisani (1), Paolo Onali (1), Chiara Devecchi(1),

1) Studio di Ingegneria Acustica Pisani, Rivoli (TO)

1. Premessa

Nel primo seminario in ricordo di Eugenio Mattei, tenutosi in Ancona il 22 settembre 2008, è stato presentato un lavoro di rassegna che ha riguardato la migrazione dei metodi di misura e dalla strumentazione analogica verso metodi di analisi del suono più moderni resi possibili grazie all'impiego delle tecniche digitali. I concetti, i metodi e le interfacce uomo - strumento, nella veloce trasformazione in atto, non possono subire una brusca mutazione che renderebbe perplessi e sfiduciati la maggior parte dei tecnici che si occupano di misurazioni in campo. L'evoluzione della strumentazione può diventare, principalmente, un fatto esclusivamente circuitale ma lo strumento deve mantenere non solo il rapporto tradizionale con l'operatore ma anche la rispondenza alle specifiche tecniche delle norme IEC.

L'impiego di un calcolatore portatile in campo comporta notevoli difficoltà se ci si deve spostare in breve tempo da un luogo ad un altro per cui, ancor oggi, mantengono il mercato gli strumenti dedicati, piccoli, efficienti ed alimentati possibilmente con accumulatori ad elevata capacità e peso ridotto. I moderni misuratori di livello sonoro portatili, completamente digitali, offrono anche analisi in frequenza del segnale, grazie alla possibilità di implementazione dei filtri digitali. Le opzioni acquistabili sono costituite da semplici chiavi di accesso a programmi software già contenuti nel firmware dello strumento. L'utilizzatore di strumenti così complessi può incontrare alcune difficoltà a comprendere il reale significato dei parametri da impostare, come richiesti dal software, per ottenere la funzionalità voluta. Ci si riferisce al significato delle finestre temporali di analisi, al significato delle medie lineari singole, delle medie lineari ripetitive, delle medie esponenziali con diverse costanti di tempo, delle medie esponenziali normalizzate FAST e SLOW per cui, a volte, ci si trova in situazioni psicologiche di sconcerto specialmente quando lo strumento risponde con la segnalazione di errore se, ad esempio, si pensa di acquisire una serie temporale di livelli FAST (time history) con intervallo di campionamento del risultato superiore a 125 ms. Lo strumento ammette, invece, campionamenti del livello FAST con intervalli decisamente inferiori a 125 ms.

Nel presente articolo si rimanda al precedente (Ancona 2008) per quanto riguardano i concetti di migrazione dalla strumentazione analogica alla strumentazione digitale; si approfondiscono, invece, le tecniche digitali che implementano le risposte temporali FAST e SLOW dei fonometri come indicato dalla ultima norma IEC 61672 (2003). Non possono comunque essere sottaciuti i criteri di integrazione affrontati dalla norma IEC 60804.

L'impiego delle tecniche digitali nell'analisi dei segnali acustici, convertiti in tensione da un microfono, fornisce un grosso aiuto alla realizzazione dei circuiti. I misuratori di livello sonoro sono di minor ingombro, utilizzano circuiti digitali ormai ampiamente diffusi, consentono l'analisi dei segnali anche con un semplice PC in quanto si opera su una serie di dati numerici acquisiti in tempo reale da un convertitore analogico digitale.

Il modo di pensare in digitale è più semplice del modo di pensare in analogico; occorre semplicemente calarsi in un ambiente dove la variazione continua di una tensione elettrica è convertita in una successione discreta di numeri ordinati in sequenza temporale sui quali il sistema di calcolo esegue delle operazioni matematiche. Occorre, quindi immaginare un qualsiasi analizzatore di segnale come un sistema a due o tre blocchi costituito da un convertitore di segnali elettrici in numeri (circuiti di campionamento o Convertitore Analogico Digitale), un sistema di calcolo numerico (es. il PC), ed un convertitore di numeri in tensione elettrica (circuiti di Conversione Digitale Analogico) se, ad esempio, è richiesto in uscita un segnale analogico.

La velocità dei processori consente, oggi, operazioni in tempo reale sulla serie temporale di dati numerici acquisiti direttamente dal convertitore analogico / digitale. Esistono, comunque dei limiti di tempo, non legati alla velocità di calcolo, bensì legati al criterio di analisi. Si pensi ad esempio al calcolo della trasformata di Fourier (FFT); per quanto veloce possa essere il calcolo occorre sempre operare su un blocco di dati di ingresso delimitati, in quantità, dalla durata della finestra di analisi. Si acquisisce il blocco di dati, si esegue su di esso il calcolo della FFT e si fornisce, dopo un determinato tempo, il risultato come rappresentativo del sottoinsieme di valori di ingresso contenuti nella finestra di analisi. Il risultato è una trasformazione del segnale in una serie di numeri che non si susseguono temporalmente, bensì congelano l'informazione contenuta nel segnale in un dominio diverso dal tempo (dominio delle frequenze). Per contro si pensi, ad esempio, ad un filtraggio di un segnale in tempo reale: la successione dei numeri che si presentano al processore con cadenza determinata dalla frequenza di campionamento, subiscono poche operazioni nel senso che il singolo campione in ingresso è sottoposto ad una operazione aritmetica (addizione con il valore che lo precede, moltiplicazione con un numero fisso etc.) e viene restituito in uscita contemporaneamente alla acquisizione di un nuovo campione in ingresso. Questo concetto è alla base del funzionamento dei filtri digitali i quali non trattengono a lungo la serie di campioni in una memoria di calcolo ma restituiscono un valore numerico della serie di ingresso mediante un limitato e semplice calcolo aritmetico. Si forma, così, la serie di dati temporali in uscita del tipo: un dato entra, un dato esce. Se il processo aritmetico di calcolo su un nuovo numero che si presenta all'ingresso (serie temporale di ingresso) coinvolge non solo l'ultimo valore della serie d'ingresso ma anche quello già presente in uscita (serie temporale di uscita), il sistema di calcolo è detto di tipo ricorsivo. Su questo principio si basano i filtri passa banda digitali a percentuale di banda costante (1/3 di ottava etc) i filtri passa basso, i filtri che eseguono medie di tipo lineare, logaritmico, esponenziale etc.

In conclusione occorre tener presente la differenza concettuale tra elaborazioni che si eseguono esclusivamente entro il dominio del tempo (operazioni che producono il ri-

sultato in uscita in tempo reale) e le operazioni che si svolgono nel dominio delle frequenze (FFT, Convolutioni, Trasformate di qualsiasi tipo). Queste ultime operano su blocchi di dati di ingresso e producono blocchi di dati in uscita in un tempo differito, seppure limitato, necessario per compiere le operazioni analitiche su tutti i dati contenuti nel blocco di N numeri d'ingresso sui quali si intende operare.

2. Cenni storici

I misuratori portatili di livello sonoro (fonometri) hanno subito un'enorme evoluzione circuitale dal 1950 in poi. Hanno dovuto mantenere, nella evoluzione normativa, alcune caratteristiche di misurazione della pressione sonora elaborate per la strumentazione analogica sin dalla prima pubblicazione della norma IEC 179 del 1965 (Precision Sound Level Meters). L'evoluzione della metrologia acustica negli anni successivi ha imposto un continuo aggiornamento delle norme ed un nuovo adattamento della strumentazione alle stesse. Si segnalano le numerose edizioni delle norme sui misuratori di livello sonoro e l'introduzione del concetto del livello sonoro continuo equivalente (ISO 1996 del 1971) allora calcolato utilizzando la densità di probabilità dei livelli sonori la cui misura ha richiesto dopo circa 10 anni una specifica norma sui fonometri integratori. Ripercorrendo le tappe dell'evoluzione normativa si ricorda che alla prima edizione della IEC 179 seguì la seconda edizione del 1973; comparve poi la prima edizione della Pubblicazione IEC 651 del 1979 (Sound Level Meters), la prima edizione della Pubblicazione IEC 804 del 1985 (Integrating - Averaging Sound Level Meters) fino alle ultime pubblicazioni IEC 60651 del 2006 (Specification for Sound Level Meters) e la norma IEC 60804 (Specification for Integrating Sound Level Meters).

Ci si pone la domanda come mai sia stato necessario tenere separata la norma della serie IEC 651 (fonometri) dalla norma della serie IEC 804 (fonometri integratori).

Si può rispondere, tra l'altro, perché il concetto di integrazione con media esponenziale è decisamente diverso dal concetto di integrazione con media lineare.

La necessità di ricorrere, in pratica, ai due criteri di integrazione sostanzialmente diversi è legata al tipo di misurazione che si deve seguire per condurre una specifica indagine acustica oppure per fornire indici di valutazione del rumore richiesti dalle leggi in vigore emanate per la protezione dell'individuo dal rumore in ambiente di vita e nei luoghi di lavoro. I criteri di misurazione e valutazione del rumore, oggetto di specifiche leggi, sono diversi da caso a caso. Nella tabella I e figura 1 si riportano i parametri che devono essere misurati come elaborazione del segnale rappresentativo della grandezza acustica pressione.

Tabella I - Misura del rumore Ambientale

<ul style="list-style-type: none"> • DPCM 16 /4/1999 Discoteche DPCM 14 /11/1997 sorgenti sonore DMA 16 /3/1998 Tecniche di rilevamento e di misurazione dell'inquinamento acustico DPCM 5 /12/1997 requisiti acustici passivi DMA 31 /10/1997 Rumore aeroporti 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Livelli dei valori efficaci LAS, LAF, LAI ▪ Livelli dei valori massimi LASmax, LAFmax, LAImax ▪ Livello sonoro di picco LCpeak ▪ Livello sonoro continuo equivalente LAeqT ▪ Livello di esposizione sonora LAE (SEL) ▪ Livello di valutazione del rumore aeroportuale LVA
--	--

Tutti i descrittori sopra indicati per la misura del rumore possono essere classificati, in relazione al criterio di integrazione della grandezza fisica in:

- 1) Integrazione con media esponenziale riferibile alla IEC 60651
- 2) Integrazione con media lineare riferibile alla IEC 60804

In tutti i casi il processo di integrazione viene eseguito dai circuiti preposti dopo la pesatura in frequenza del segnale d'ingresso (segnale microfonico, accelerometrico o di velocità).

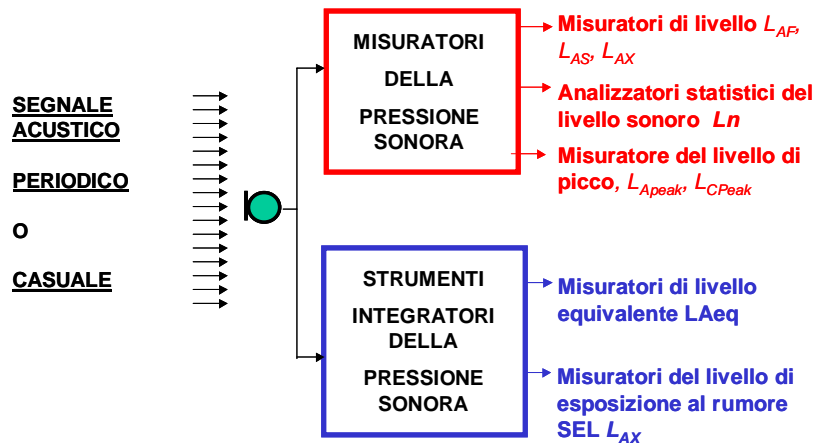


Figura 1 – Schema di calcolo dei descrittori del livello sonoro in relazione al principio di funzionamento del circuito integratore

3. Le tecniche di integrazione del segnale

Si riferiscono tutte al criterio di calcolo del valore efficace RMS della grandezza fisica. Se il segnale sonoro è stazionario il valore efficace della pressione sonora è fornito dalla relazione

$$(1) \quad P_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T_A} \int_0^{T_A} p^2(t) dt} \quad [\text{Pa}]$$

Scelta una durata del segnale T_A sufficientemente lunga (alcuni secondi), si può integrare il quadrato della pressione sonora ottenendo un valore quadratico medio nel tempo definito. L'operazione analitica su un segnale variabile nel tempo richiederebbe un tempo di integrazione sufficientemente lungo per ottenere, con buona approssimazione, un unico valore rappresentativo del suo contenuto energetico (indice dello strumento fermo sul valore efficace). Il valore efficace vero della pressione sonora di ampiezza variabile nel tempo è eseguita analiticamente con l'operazione al limite applicando la relazione

$$(2) \quad P_{RMS} = \sqrt{\lim_{T_A \rightarrow \infty} \frac{1}{T_A} \int_0^{T_A} p^2(t) dt} \quad [\text{Pa}]$$

In pratica è utile, a volte, seguire la variazione del segnale nel tempo. Ciò era possibile, con i primi fonometri, seguendo le oscillazioni dell'indice meccanico di uno strumento indicatore o il tracciato su carta lasciato dal pennino di un registratore. Una misu-

razione della variabilità dell'ampiezza di un segnale riferita ad un determinato periodo di osservazione è possibile analizzandone statisticamente le oscillazioni. Nella figura 2 si riporta l'andamento, nel tempo, del livello della pressione efficace calcolata su intervalli contigui di breve durata pari a 31 ms.

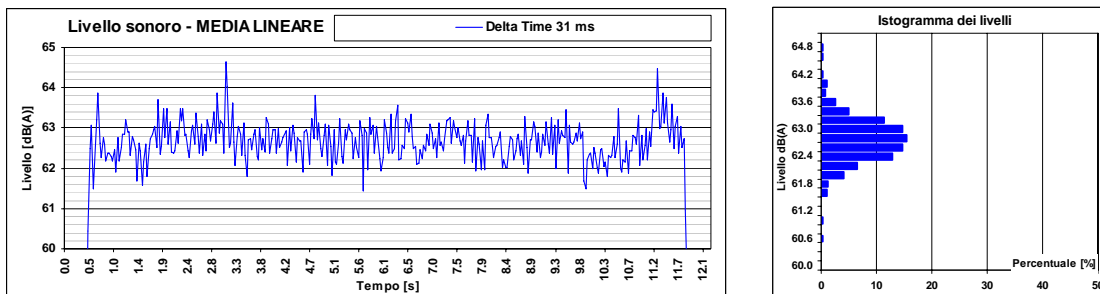


Figura 2 - Andamento del livello del valore efficace di un segnale variabile. Analisi statistica delle ampiezze

Se la media lineare viene eseguita su intervalli di tempo (Delta Time) T_A più grandi, ad esempio Delta Time = 125 ms, la curva dell'istogramma dei livelli (densità di probabilità) segnala una riduzione dell'escursione delle ampiezze ed un aumento della percentuale di occorrenza del livello più probabile (Fig. 3).

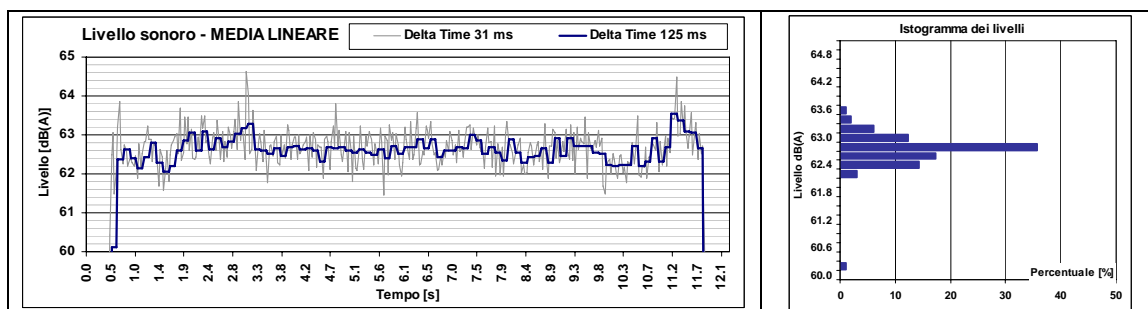


Figura 3 – Livello del segnale desunto da una media lineare con finestra di integrazione più ampia: Delta Time = 125 ms

È stato volutamente scelto un tempo di integrazione di 125 ms per asserire, con maggior forza, che il livello del segnale rappresentato nella figura 3 NON è riferibile, con precisione, ad una pesatura temporale FAST. Infatti, come si vedrà più oltre, il tracciato grafico che rappresenta l'andamento del livello sonoro per convenzione dovrà essere ottenuto utilizzando una media pesata di tipo esponenziale e costanti di integrazione veloci (FAST con periodo di integrazione $T = 125$ ms) e lente (SLOW con costante $T=1000$ ms).

Gli strumenti analogici, al fine di evidenziare la variabilità del rumore, ricorrevano a medie temporali su intervalli più o meno contenuti (variabili da pochi millisecondi al secondo) sfruttando prima l'inerzia meccanica di un equipaggio mobile, poi l'azione di un circuito RC di tipo passa basso con i valori di resistenza R e capacità C calcolati per ottenere le costanti di tempo di integrazioni volute. Nella pratica le variazioni di ampiezza del livello sonoro sono espresse dai percentili L5, L10 etc. desunti dalla funzione di distribuzione cumulativa dei livelli. La funzione di densità di probabilità e, quindi, la

funzione di distribuzione cumulativa assumono forme diverse secondo la costante d'integrazione utilizzata. Si conviene di effettuare l'analisi statistica campionando i valori del livello sonoro desunti con costante FAST.

Nella figura 4 si confrontano i livelli sonori ottenuti applicando allo stesso segnale la pesatura esponenziale con costanti FAST e SLOW ottenuti con un programma implementato in Matlab.

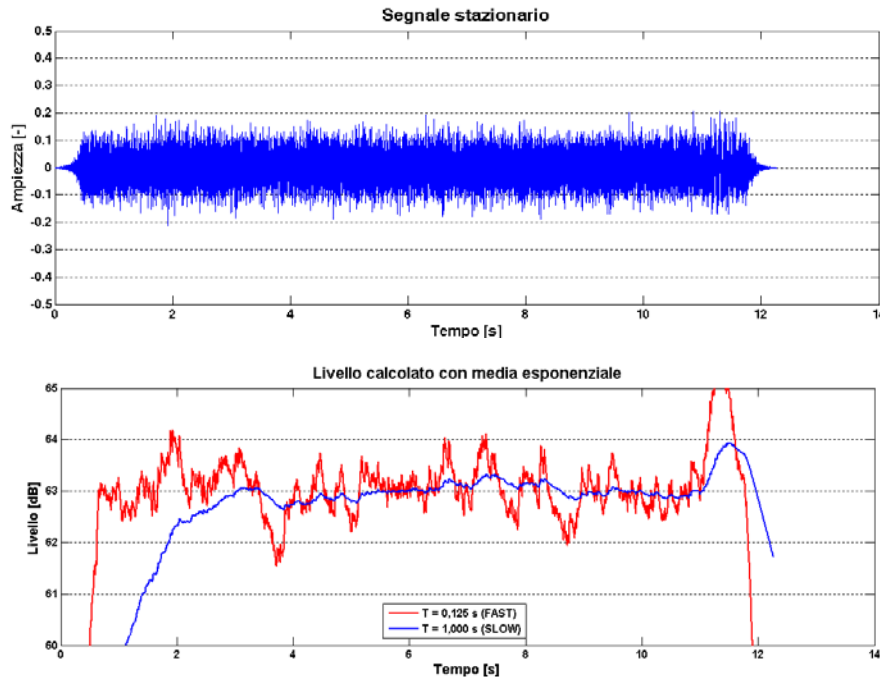


Figura 4 – Livello del segnale desunto da una media esponenziale con finestra di integrazione FAST (125 ms) e SLOW (1 s)

Sono evidenti le più ampie oscillazioni del livello ottenuto con costante di integrazione FAST rispetto a quello ottenuto con costante SLOW.

3.1 Integrazione con pesatura esponenziale

Si consideri il circuito di figura 5.

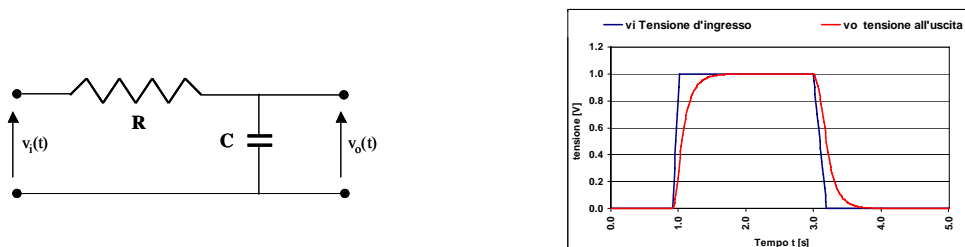


Figura 5 – Circuito integratore RC e risposta ad un gradino di tensione applicato all'ingresso

Da un punto di vista esclusivamente circuitale ipotizzando di applicare una tensione di ingresso $v_i(t)$ di tipo a gradino (all'istante zero di partenza la tensione passa rapida-

mente dal valore 0 al valore E), si dimostra che la tensione di uscita sale con legge esponenziale espressa dalla relazione (3) per effetto della resistenza R che limita la corrente i di carica del condensatore

$$(3) \quad v_o(t) = E - iR = E \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) \quad [V]$$

All'istante $t = 0$ (inizio della carica) la tensione in uscita è nulla

All'istante $t = \infty$ (fine della carica) la tensione in uscita è pari a E

All'istante $t = RC$ la tensione in uscita è pari a $0,63 E$

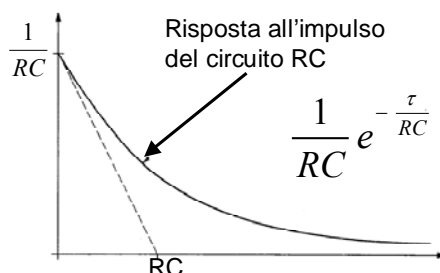


Figura 6 – Risposta all'impulso del filtro RC

Se al termine della carica si riporta a 0 la tensione $v_i(t) = E = 0$ il condensatore si scaricherà sulla resistenza R (è nulla la resistenza interna del generatore) per cui la tensione in uscita scenderà, all'istante $t = RC$, al 36,8% del valore di E figura 5. L'andamento della tensione d'uscita è meglio rappresentato se la tensione d'ingresso è un'onda quadra. $T = RC$ è la costante di tempo del circuito.

La funzione di trasferimento $H(s)$ del circuito per segnali comunque variabili in ingresso è dedotta dall'equazione differenziale (4) che lega le grandezze in gioco nel circuito.

$$(4) \quad RC \frac{dv_o(t)}{dt} + v_o(t) = v_i(t)$$

La funzione di trasferimento è data dalla soluzione dell'equazione differenziale utilizzando le trasformate di Laplace della tensione d'ingresso, della tensione d'uscita e della derivata della tensione d'uscita. Si può scrivere $RCsV_o(s) + V_o(s) = V_i(s)$ ossia $(RCs + 1)V_o(s) = V_i(s)$. Si deduce la funzione di trasferimento $H(s)$.

$$(5) \quad H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{RCs + 1} = \frac{1/RC}{s + 1/RC}$$

La funzione di trasferimento $H(s)$ non ha zeri ma un polo in $s_p = -\frac{1}{RC}$

Nel dominio delle frequenze il polo è alla pulsazione $\omega_o = \frac{1}{RC}$ che si deduce ricordando che $s = j\omega$ per cui la relazione (5) diventa

$$(6) \quad H(j\omega) = \frac{\omega_o}{\omega_o + j\omega} = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_o}} \quad \text{e in modulo} \quad |H(\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)^2}$$

Il circuito si comporta come un filtro passa basso del primo ordine. In virtù della relazione (3) si può asserire che il circuito passa basso si comporta come un circuito integratore della tensione di ingresso di tipo esponenziale. Se la tensione d'ingresso è ottenuta da un circuito rettificatore posto a monte (è opportuno un circuito che elevi al quadrato la tensione istantanea d'ingresso), l'effetto del filtro passa basso si manifesterà come una operazione di lisciatura delle creste (smoothing). Il valore efficace della tensione di uscita seguirà più o meno rapidamente le variazioni di ampiezza del segnale d'ingresso in quanto legate al valore della costante di tempo $T = RC$ (s).

Richiamando il classico principio di funzionamento di un misuratore di livello sonoro esposto nello schema a blocchi di figura 7 distinguiamo oltre al microfono, l'amplificatore a guadagno a scatti di 10 dB la rete analogica di pesatura in frequenza che implementa le risposte A, B, C D e Lineare. Per il calcolo del valore efficace e del relativo livello, il circuito rettificatore eleva alla seconda potenza la tensione d'ingresso, il circuito integratore di figura 7 esegue la media con pesatura esponenziale.

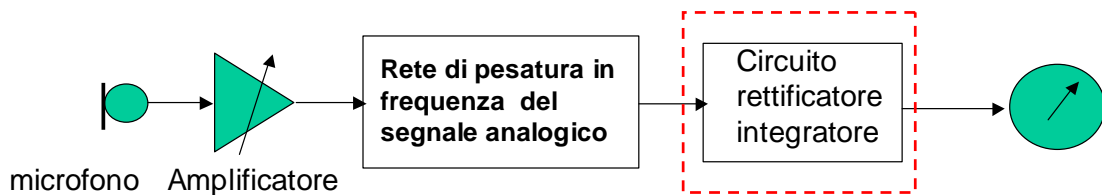


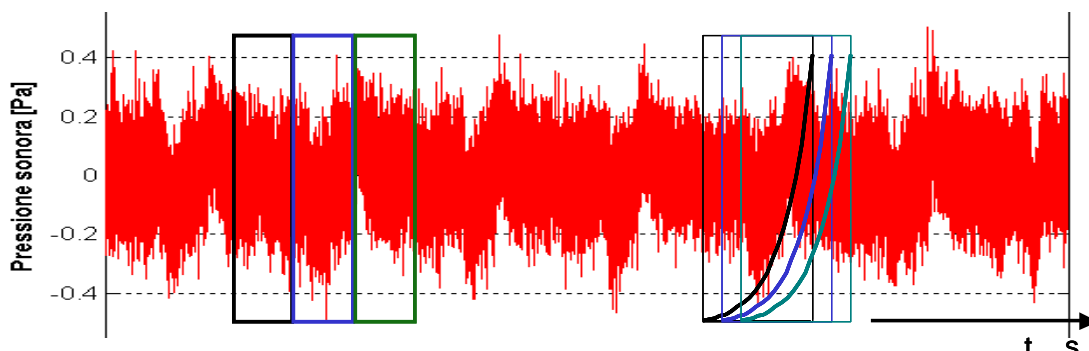
Figura 7 – Schema di un misuratore di livello sonoro con circuito rettificatore integratore

Il circuito rettificatore integratore esegue il calcolo del valore efficace della pressione sonora pesata, ad esempio, con la curva fonometrica A se tutta la catena circuitale è tarata. Il valore efficace della tensione di uscita, se il circuito integratore è di tipo esponenziale sarà calcolato con la relazione (7) ove è inserita la funzione di pesatura del quadrato della pressione istantanea espressa dall'esponenziale del tipo $e^{t/RC}$ dove $T = RC$ è la costante di tempo.

$$(7) \quad p_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_2} e^{-\frac{t-\xi}{T}} p^2(\xi) d\xi} \quad [\text{Pa}]$$

Se la tensione di uscita deve seguire fedelmente in continuo le variazioni della tensione di ingresso occorre pensare alla finestra temporale t_2-t_1 come una finestra rettangolare a scorrimento continuo sul segnale d'ingresso entro il quale la funzione di pesatura esponenziale opera una diversa attenuazione del segnale da integrare a seconda della sua ampiezza agli istanti precedenti al valore t indicati dalla variabile temporale ausiliaria ξ . La figura 8 mette a confronto la finestra di integrazione temporale di tipo

liaria ξ . La figura 8 mette a confronto la finestra di integrazione temporale di tipo rettangolare o lineare con la finestra di integrazione esponenziale con variabile temporale ausiliaria $t-\xi$.



Media fissa a scorrimento a scatti contigui

$$p_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T_2 - T_1} \int_{T_1}^{T_2} p^2(t) dt}$$

Media mobile a scorrimento continuo

$$p_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{-\infty}^t e^{-\frac{t-\xi}{T}} p^2(\xi) d\xi}$$

Figura 8 – Finestre del segnale per medie lineari ed esponenziali

Nella media di tipo esponenziale la pressione non subisce attenuazione all'istante t . Per tempi più remoti da t i valori vengono attenuati con legge esponenziale per cui essi risultano, nella media, meno importanti. Sono quindi definiti, per T le seguenti proprietà:

- La media è a scorrimento continuo. Non esiste una finestra limitata da due istanti temporali poiché l'integrale si estende da t a $-\infty$
- $T = 1/8$ s pari a 125 ms è il tempo di integrazione FAST. In pratica i livelli dei campioni di prms prima di $\xi = 250$ ms sono attenuati di oltre 20 dB e, quindi, trascurabili.

3.2 Integrazione con pesatura lineare

Per pesatura lineare del quadrato della pressione sonora è da intendersi sempre e comunque $t = \xi$ per cui $e^{-\frac{t-\xi}{T}} = 1$. Si perde il concetto della storia passata di $p(t)$ e restano presenti tutti i valori compresi in una finestra temporale che inizia dall'istante T_1 e termina all'istante T_2 . Il valore efficace della pressione sonora sarà espressa dalla relazione

$$(8) \quad p_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T_2 - T_1} \int_{T_1}^{T_2} p^2(t) dt} \quad [\text{Pa}]$$

I valori istantanei della pressione sonora non sono attenuati all'interno della finestra temporale. L'operazione di media termina all'istante $t = T_2$. Solo in tale istante viene presentato il risultato della integrazione. Il livello della pressione efficace è detto Livello equivalente nel senso che presenta un valore energetico pari (o equivalente) a quello di un segnale ad ampiezza costante nella finestra di analisi.

Nella pratica può essere interessante rappresentare l'evoluzione del livello equivalente L_{eq} nel tempo per cui il valore efficace della pressione sonora viene di continuo aggiornato legando l'istante T_2 a quello istantaneo t .

È possibile ridurre, entro certi limiti, l'intervallo $T_2 - T_1$ e presentare il valore di L_{eq} al termine della media (Linear single). È possibile azzerare la media al termine dell'intervallo prima di iniziare una media in un successivo intervallo di pari ampiezza. Si ottiene, in questo modo, una serie di livelli equivalenti che possono descrivere in modo non convenzionale la variabilità dell'ampiezza del rumore. La durata della finestra pari, ad esempio a $T_2 - T_1 = 1$ s produce valori di livello equivalente su tempi brevi di integrazione L_{eq} short. Secondo le necessità possono essere impiegate finestre per la media di durata qualsiasi (ad esempio di un'ora). Se la pressione sonora è pesata con curva fonometrica "A" il livello equivalente sarà espresso come L_{Aeq} calcolato su base oraria. Nella stessa ora possono essere dedotti i valori dei livelli percentili. ATTENZIONE! Occorre che il fonometro disponga, in parallelo, di un circuito integratore di tipo esponenziale con tempo di integrazione FAST per ricavare in maniera convenzionale i livelli percentili.

L'operazione di integrazione espressa dalla (8) può essere ad accumulo nel senso che tutta l'energia associata a $p^2(t)$ può essere rapportata ad 1 s in questo caso non si parla di valore efficace della pressione sonora. Il livello assume il particolare significato di dose di energia percepita a seguito di una esposizione al rumore per una determinata durata ovvero all'energia percepita a seguito di una esposizione ad un singolo evento. I segnali a potenza media finita (rumori) o ad energia finita (impulsi) possono essere entrambi espressi da un valore di livello in dB denominato SEL.

$$(9) \quad SEL = L_{AE} = 10 \cdot \text{Log} \int_{t_1}^{t_2} \frac{p_A^2(t)}{p_0^2} dt \quad [\text{dB(A)}]$$

essendo $t_2 - t_1$ un intervallo sufficientemente lungo da comprendere l'evento sonoro da quantificare.

4. Tecniche digitali di integrazione

Il segnale digitale, ad esempio quello in uscita di un filtro sintetizzato per rappresentare la risposta in frequenza della curva fonometrica "A", è costituito da una serie temporale di numeri ottenuti attraverso un campionamento con frequenza f_s , l'intervallo temporale tra un campione ed il successivo è espresso dalla relazione $\tau = \frac{1}{f_s}$.

La funzione di trasferimento (6) del circuito analogico di figura 5 può essere desunta per via analitica con un particolare algoritmo applicato ad un segnale digitale. Il circuito di figura 5 è stato denominato un filtro passa basso del primo ordine ad un solo polo (valore della variabile s di Laplace che rende nullo il denominatore della formula (6)). Si può sintetizzare il filtro passa basso con le tecniche di sintesi dei filtri numerici che ricorrono alla trasformata z . In breve si può affermare che:

- 1) La sintesi della funzione di trasferimento $H_c(s)$ nel dominio delle frequenze si realizza con l'impiego di funzioni polinomiali (Chebichev, Butterworth, etc.)
- 2) La trasformazione della funzione di trasferimento $H_c(s)$ nel dominio delle frequenze discreto è possibile utilizzando la trasformata z . Si ottiene la funzione $H(z)$ nel dominio del segnale campionato nella quale all'operatore s di Laplace si sostituisce l'operatore z^{-1} della trasformata z . Vale l'identità $z^{-1} = e^{-st}$

- 3) L'operatore z^{-1} risulta essere, in sostanza, uguale ad un ritardo unitario di τ (ms) tra un campione ed il precedente legato, quindi, alla frequenza di campionamento. Si dimostrerà che è possibile cambiare la frequenza di taglio del filtro digitale variando unicamente la frequenza di campionamento.

5. Soluzione numerica dell'equazione differenziale

Per riproporre nel dominio del segnale campionato la relazione (4), si approssima la derivata della tensione d'uscita nel tempo con la differenza tra due campioni successivi.

La derivata della tensione d'uscita può essere resa discreta con la seguente espressione del rapporto incrementale.

$$\frac{dv_o}{dt} \cong \frac{v_o[n] - v_o[n-1]}{\tau}, \text{ dove } v_o[n] \text{ è l'n-esimo valore numerico della tensione di uscita}$$

ottenuta dal campionamento e $v_o[n-1]$ è il valore del campione precedente.

La variabile n indica la posizione del campione nella serie numerica che è riferita al tempo dal valore di τ . È importante tener presente che l'intervallo temporale tra un campione ed il successivo è inversamente legato alla frequenza di campionamento e risulta essere l'unica variabile indipendente alla quale è legato il valore di centrobanda di un filtro, la frequenza di taglio di un circuito passa basso etc.

Nella tabella che segue si riportano a sinistra l'equazione differenziale del circuito nel continuo a destra l'equazione differenziale nel discreto.

Espressione nel continuo	Espressione nel discreto
$RC \frac{dv_o(t)}{dt} + v_o(t) = v_i(t)$	$RC \frac{v_o[n] - v_o[n-1]}{\tau} + v_o[n] = v_i[n]$

L'equazione alle differenze nel discreto può essere riscritta come espressione ricorsiva che lega il campione n di tensione con il precedente $n-1$. La stessa espressione può essere applicata al campione successivo $n+1$, etc.

Con semplici passaggi algebrici, l'espressione nel discreto può essere riscritta con la notazione ARMA ove i coefficiente moltiplicativo del n -esimo campione del valore tensione di uscita, il coefficiente moltiplicativo del campione precedente ($n-1$) ed il coefficiente moltiplicativo del campione n -esimo della tensione di ingresso sono calcolati come di seguito indicato.

$$(10) \quad b_0 v_o[n] + b_1 v_o[n-1] = a_0 v_i[n]$$

La relazione può essere ordinata come di seguito

$$(11) \quad v_o[n] = a_0 v_i[n] - b_1 v_o[n-1]$$

nella quale il valore del n -esimo campione della tensione di uscita (ignoto) è calcolato utilizzando valori noti sia della tensione di ingresso sia dei fattori moltiplicativi a_0, b_0, b_1 . Sono noti, infatti:

- l'n-esimo valore del campione della tensione di ingresso $a_0 v_i[n]$

- il valore del campione precedente della tensione di uscita già calcolato $b_1 v_o[n-1]$
- l'intervallo temporale τ che è implicito quando si considera il campione di posizione n e quello precedente $n-1$
- i coefficienti del filtro sono a_0, b_0, b_1

Questi ultimi sono deducibili dalle seguenti espressioni che si riferiscono ai valori dei componenti del circuito analogico RC

$$(12) \quad a_0 = \frac{1}{1 + RC/\tau} = \frac{\tau}{\tau + RC}$$

$$(13) \quad b_0 = 1$$

$$(14) \quad b_1 = \frac{-1}{1 + \tau/RC} = -\frac{RC}{\tau + RC}$$

I parametri del filtro digitale sono legati ai valori dei componenti discreti R e C e dall'approssimazione data per il calcolo della derivata non potendo operare al limite per $\tau \rightarrow 0$.

La realizzazione logica dell'espressione $b_0 v_o[n] + b_1 v_o[n-1] = a_0 v_i[n]$ è riportata nella figura 9 per cui esso è l'equivalente digitale del filtro analogico passa basso con costante di tempo $T = RC$. I fattori moltiplicativi dei campioni sono numeri calcolati in base alle costanti del filtro. Essi sono immagazzinati in un apposito registro e possono essere richiamati per variare le caratteristiche di risposta del filtro. Impostando nel registro valori numerici diversi per le costanti a_0, b_0, b_1 è possibile non solo programmare la risposta del filtro e commutare la media da esponenziale a lineare.

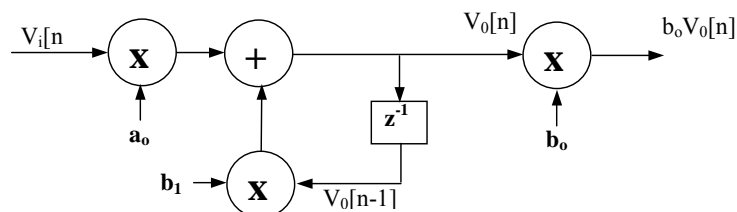


Figura 9 – Realizzazione del filtro digitale del primo ordine equivalente al circuito RC

L'operatore z^{-1} significa che occorre considerare sempre l'ultimo valore calcolato della serie di uscita e inserirlo nel calcolo del nuovo valore della serie di uscita mediante una semplice operazione aritmetica di moltiplicazione con il coefficiente b_1 e somma con l'ultimo valore n della serie d'ingresso (filtro recursivo). In sostanza z^{-1} è da considerarsi come una unità di ritardo, per filtri di secondo ordine si introduce z^{-2} che rappresenta due unità di ritardo etc.

Si possono ricavare i valori dei coefficienti ed il valore più opportuno di τ di un filtro digitale passa basso partendo dai valori di un circuito analogico integratore con costante di tempo FAST.

La scelta più opportuna della frequenza con cui si presentano i campioni può essere costante se si varia un fattore k di sotto campionamento. In questo modo, si mantengono i coefficienti del filtro digitale ed è possibile, cambiando il fattore k , ottenere medie esponenziali variabili da 1/32 s a 128 s. Tra esse si trova 1/8 s (FAST) e 1/1 s (SLOW).

Costanti di tempo di integrazione molto rapide sono utili, ad esempio, per misurare il tempo di riverberazione con analizzatori in frequenza in tempo reale per bande di terzi di ottava etc.

I valori di un circuito analogico e quelli di un filtro digitale per la stessa costante di integrazione $T = 125$ ms sono comparati nella seguente tabella.

Filtro analogico	Filtro digitale
$R = 1250 \Omega$	$f_s = 2000$ Hz
$C = 100 \mu\text{F}$	$k = 10$
<i>Si calcola</i>	<i>Si calcola</i>
$\omega_0 = 8 \text{ s}^{-1}$	$\tau = 0,5$ ms
$T = RC = 125$ ms	$k \tau = 5$ ms
	$a_0 = 0,038462$
	$b_0 = 1,000000$
	$b_1 = 0,961538$

La durata della finestra temporale sui quali eseguire la media esponenziale deve essere non inferiore a $2RC$ in quanto il fattore di pesatura riduce gli ultimi campioni a valori trascurabili che non hanno più peso nel processo di integrazione.

5.1 Espressione della media lineare nel tempo

La media lineare del quadrato dei campioni che costituiscono il sottoinsieme N della serie temporale di n elementi è data dall'espressione

$$(15) \quad v_o^2(N) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{n=1}^N v_i^2(n)$$

N è il numero di campioni sui quali si esegue la media lineare. Si ricava la formula ricorsiva del filtro partendo dalla serie numerica dei N elementi che possono essere mediati come somma di $N-1$ elementi già normalizzati rispetto al valore N al quale si aggiunge l'ultimo elemento rapportato a N

$$(16) \quad v_o^2(N) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{n=1}^{N-1} v_i^2(n) + \frac{1}{N} \cdot v_i^2(N)$$

dove $v_i(N)$ è il valore del N -esimo campione dell'ingresso v_i .

Valori successivi della media ricorsiva si ottengono considerando il sottoinsieme di N elementi ottenuti per scorrimento della finestra ad esempio di 1 campione o, in generale, di k campioni.

Chiamando A_{N-1} il valore medio di $N-1$ elementi elevati singolarmente al quadrato e $v_i^2(N)$ l' N -esimo elemento del sottoinsieme dell'ingresso v_i , allora la media lineare degli N elementi è fornita dalla relazione

$$(17) \quad A_N = A_{N-1} + \frac{1}{N} \cdot v_i^2(N)$$

che può essere confrontata con la notazione esplicita nel dominio discreto

$$(18) \quad b_0 v_o[n] = a_0 v_i[n] - b_1 v_o[n-1]$$

La struttura del filtro è identica a quella della figura 9 ed i coefficienti del filtro sono

$$a_0 = \frac{1}{N}, \quad b_0 = 1; \quad b_1 = -1$$

La media lineare è legata alla durata complessiva e finita della finestra di analisi. Terminata l'operazione di media lineare l'operatore ha due possibilità: quella di accontentarsi del dato finale ottenuto (singola media o linear single time averaging) o di ripartire immediatamente con una nuova integrazione su una finestra temporale successiva e contigua alla precedente immagazzinando, però, il risultato della precedente media in modo da formare una nuova serie di dati (linear repeat time averaging). All'inizio di una nuova media il registro di accumulo viene azzerato.

6. Equivalenza tra le impostazioni di media esponenziale e lineare

Si pone in evidenza che:

- 1) per una stessa realizzazione logica del filtro numerico, i coefficienti dello stesso determinano il comportamento nel tempo ed in frequenza del filtro.

Media esponenziale (Filtro RC del primo ordine)	Media Lineare
$a_0 = \frac{1}{1 + RC/k\tau} = \frac{k\tau}{k\tau + RC}$	$a_0 = \frac{1}{N}$
$b_0 = 1$	
$b_1 = \frac{-1}{1 + k\tau/RC} = -\frac{RC}{k\tau + RC}$	
	$b_0 = 1$
	$b_1 = -1$

- 2) se un segnale con banda B è filtrato (mediato) allora l'ondulazione residua in termini energetici della media esponenziale è pari alla relazione (19). Confrontando questa con la medesima espressione della media lineare si ottiene che $T = 2 \cdot R \cdot C$: il filtro lineare con media di circa $T = 250$ ms equivale ad un filtro esponenziale con media 125 ms (FAST). Si fa presente che una finestra rettangolare comporta però delle limitazioni di banda del segnale che in molti casi può portare ad un risultato errato.

$$(19) \quad \frac{\sigma_{esp.}}{E} = \frac{1}{\sqrt{B \cdot 2 \cdot R \cdot C}}$$

$$(20) \quad \frac{\sigma_{lin.}}{E} = \frac{1}{\sqrt{B \cdot T}}$$

- 3) L'esempio tra la maggiore capacità di *smoothing* (“lisciamento” della curva) prodotto dalla media esponenziale è immediato dal confronto tra la risposta in frequenza delle due medie per l'intervallo di integrazione $T = 125$ ms (FAST) riportato in figura 10.

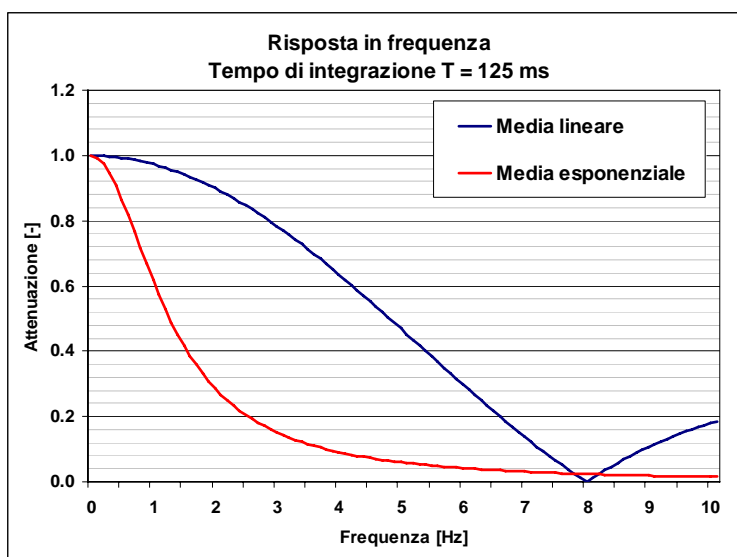


Figura 10 - Risposta in frequenza di filtro digitale impostato con media lineare ed esponenziale per l'intervallo di integrazione FAST

La posizione dello zero della risposta in frequenza del filtro con media lineare comporta una banda passante del segnale mediato molto più ampia con maggior ondulazione del livello in uscita del filtro esponenziale.

7. Conclusioni

La strumentazione digitale ha avuto un'evoluzione graduale, i primi strumenti avevano filtri analogici (rete di pesatura "A") e solo alcuni blocchi erano implementati con tecnica digitale. Successivamente, con l'incremento della velocità di calcolo dei processori è stato possibile inserire negli strumenti di misura concetti quali il sovracampionamento del segnale, che ha reso possibile la realizzazione nel dominio digitale dei filtri antialiasing, 1/3 ottava con caratteristiche migliori. In sostanza se un segnale audio può essere campionato a 44100 Hz per mantenere una risposta in frequenza lineare fino a 20 KHz (teorema di Shannon) portando la frequenza di campionamento fino a 192 KHz è possibile realizzare filtri antialiasing in banda audio completamente digitali con caratteristiche di maggior linearità e minima distorsione di fase. Riportare in banda audio il segnale processato significa operare una decimazione previo nuovo filtraggio passa basso (filtraggio antialiasing).

Il segnale da sottoporre a media esponenziale deve essere quindi decisamente sottocampionato in modo da poter essere paragonato al filtraggio analogico passa basso del circuito RC che, come detto, presenta una pulsazione di taglio pari a 8 s^{-1} .

A conclusione di quanto detto nell'articolo si evidenziano i seguenti concetti:

- la media esponenziale è diversa dalla media lineare in quanto il segnale viene pesato secondo una funzione di tipo esponenziale che attenua significativamente le ampiezze dei campioni di ingresso entrati nel filtro in istanti precedenti al campione attuale. Il processo è continuo ed in tempo reale
- Il filtraggio in media lineare esegue una media dei numeri contenuti in una finestra temporale finita
- Le medie lineari si avvicinano alle medie esponenziali con costanti fonometriche di tipo esponenziale FAST e SLOW con un errore calcolabile determinato dalle ondulazioni del segnale attorno al valore efficace vero
- La facilità di sintesi dei filtri esponenziali consente un'impostazione rapida di costanti RC molto più veloce (da 1/8 a 1/32 s) che risulta molto utile per la misura, ad esempio, dei tempi di riverberazione ove è da preferire la media esponenziale alla media lineare per poter effettuare misure alle frequenze più alte della banda audio. Errate scelte delle costanti d'integrazione produrrebbero un risultato e quindi letture errate, poiché la risposta del filtro RC è preponderante rispetto tempi di riverberazione

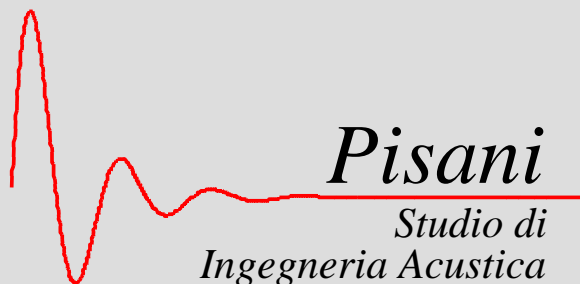
BIBLIOGRAFIA

- [1] R. Otnes, L. Enochson, *digital time series analysis*, (1972)
- [2] L. Lo Presti, F. Neri, *L'analisi dei segnali*, (1992)
- [3] V. K. Ingle, J.G.Proakis, Brooks/Cole, *Digital Signal processing* (2000)
- [4] Delmar, *Digital Signal Processing--Filtering Approach*
- [6] Silvio Gehri and Paul Zwicky, *The Algorithm in Digital Audio*, SWISS SOUND 34
- [7] Richard G.Lyons, Prentice Hall, *Understanding Digital Signal Processing*
- [8] Brüel & Kjær, *Digital Signal Analysis* Selected reprints from technical review

PRESENTAZIONE

Implementazioni con tecniche digitali delle reti di integrazione FAST e SLOW

Raffaele PISANI - Paolo ONALI - Chiara DEVECCHI



Pisani

*Studio di
Ingegneria Acustica*

Studio di Ingegneria Acustica
via Cavalieri di Vittorio Veneto, 8
10098 Rivoli (TO)
e-mail: sia.pisani@tin.it



I misuratori portatili di livello sonoro hanno subito una enorme evoluzione circuitale dal 1950 in poi.

NORME TECNICHE DI RIFERIMENTO

Integrazione con media esponenziale

1965 - Norma tecnica IEC 179
Precision Sound Level Meters

1973 - Norma tecnica IEC 179
Precision Sound Level Meters

1979 - Norma tecnica IEC 651
Sound Level Meters

1994 - Norma tecnica IEC 60651

2006 - Norma tecnica IEC 60651
Specification for Sound Level Meters

Integrazione con media lineare

1971 - Livello sonoro continuo equivalente (ISO 1996)

1985 - Norma tecnica IEC 804
Integrating – Averaging Sound Level Meters

1994 - Norma tecnica IEC 60804

2006 - Norma tecnica IEC 60804
Specification for integrating sound Level Meters

Le grandezze fonometriche per affrontare i disposti legislativi *Misura del rumore Ambientale*

DPCM 16 /4/1999
Discoteche

DPCM 14 /11/1997
sorgenti sonore

DMA 16 /3/1998
Tecniche di rilevamento
e di misurazione
dell'inquinamento
acustico

DPCM 5 /12/1997
requisiti acustici
passivi degli edifici

DMA 31 /10/1997
Rumore aeroportuale

Livelli dei valori efficaci della pressione sonora
ponderata A (in media logaritmica mobile) L_{AS} , L_{AF} , L_{AI}

Tempi T_R , T_L , T_O , T_M \longrightarrow $t_2 - t_1$

Livelli dei valori massimi L_{ASmax} , L_{AFmax} , L_{AImax}

Livello sonoro di picco L_{cpeak} (è un valore istantaneo)

Livello sonoro continuo equivalente L_{AeqT}

Livello di esposizione sonora L_{AE} (SEL)

Livello di valutazione del rumore aeroportuale L_{VA}

Componenti impulsive:

$L_{AImax} - L_{ASmax} > 6$ dB

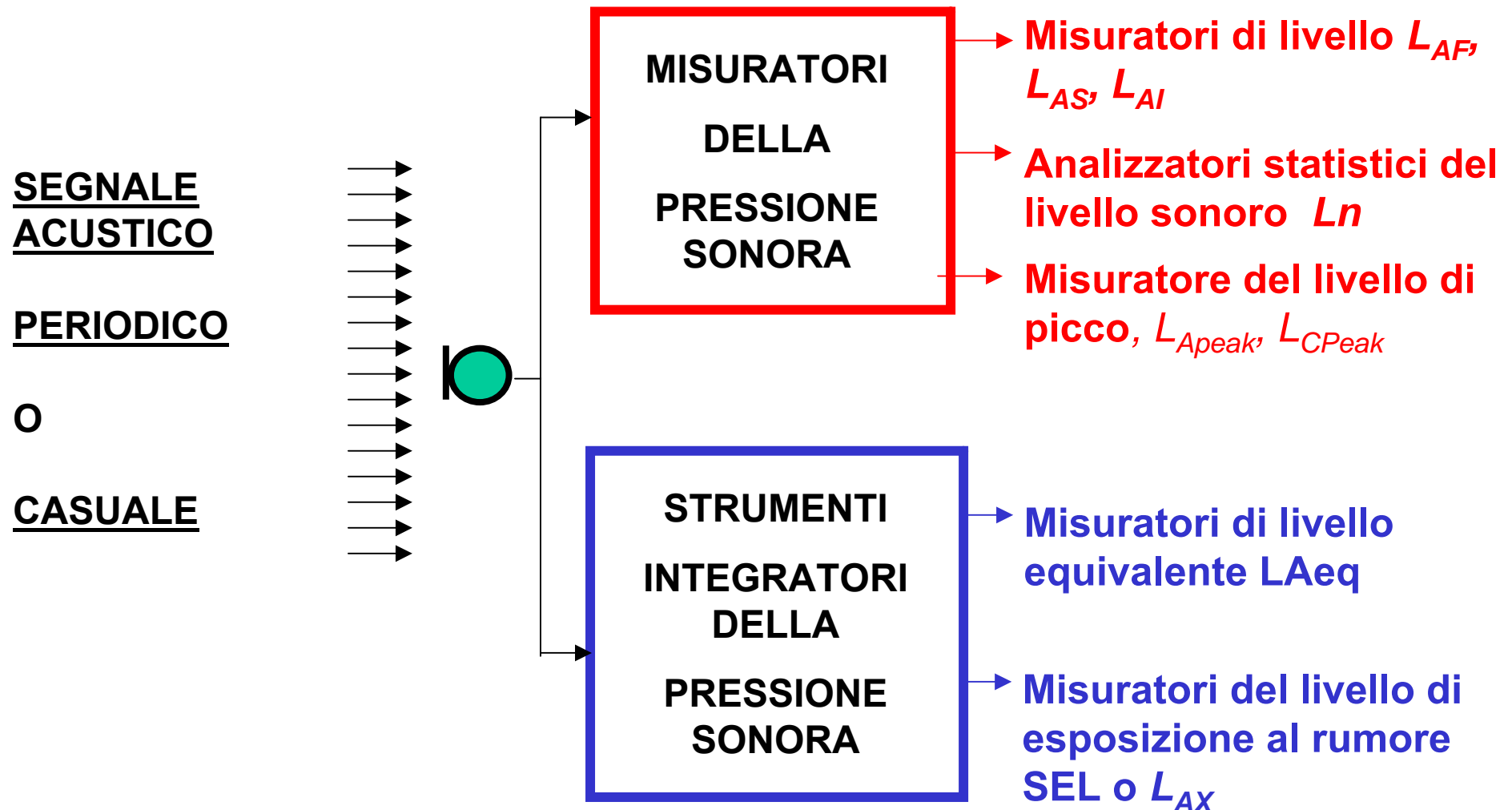
durata evento $L_{AFmax} - 10$ dB < 1 s

Componenti tonali:

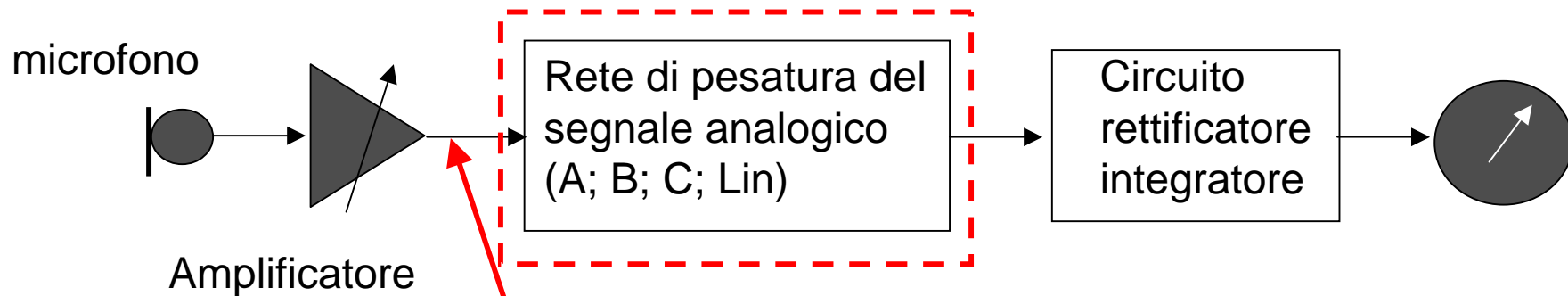
L_{AFmin} (per banda di frequenze)

Schema a blocchi di un misuratore di livello sonoro

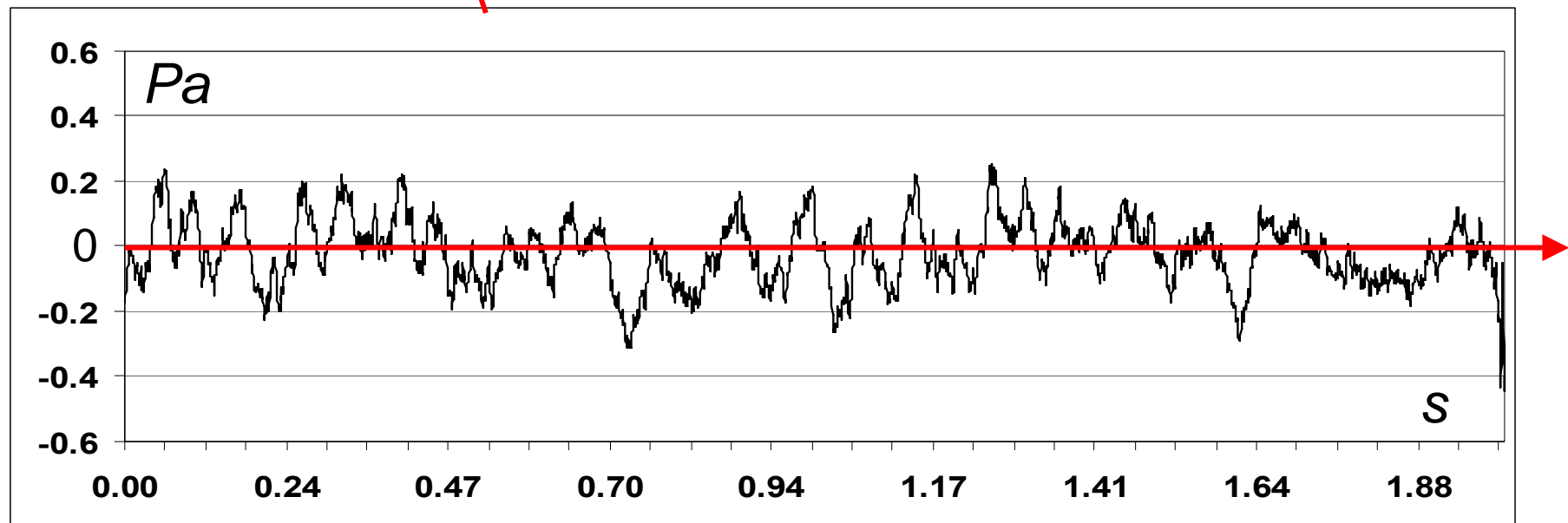
Due blocchi funzionali che operano in parallelo



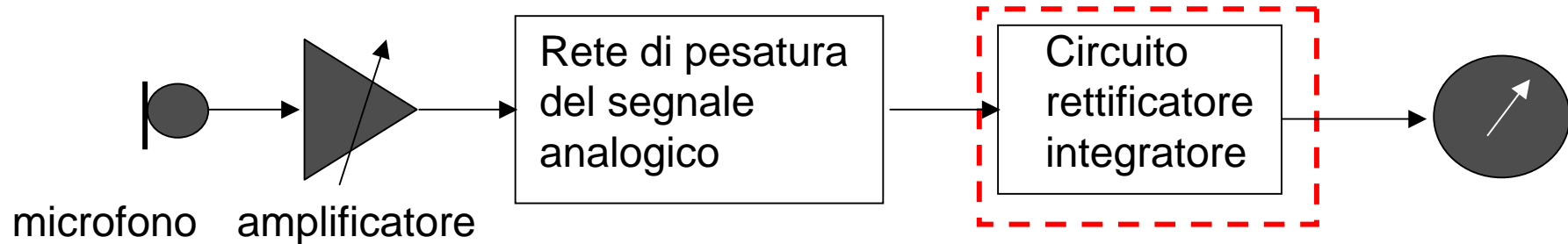
Reti di pesatura in frequenza per la determinazione dei livelli sonori



Segnale elettrico fornito dal microfono



Reti di pesatura nel tempo per la determinazione dei livelli sonori e dei livelli sonori equivalenti



I fonometri tradizionali IEC 651

Hanno una limitata capacità di integrazione: solo FAST (125 ms) , SLOW (1 s) ed IMPULSE (35 ms).

La media è mobile a scorrimento continuo

La media è di tipo esponenziale in quanto attribuisce una maggiore enfasi ai segnali più vicini al termine della finestra di analisi

I fonometri integratori IEC 804

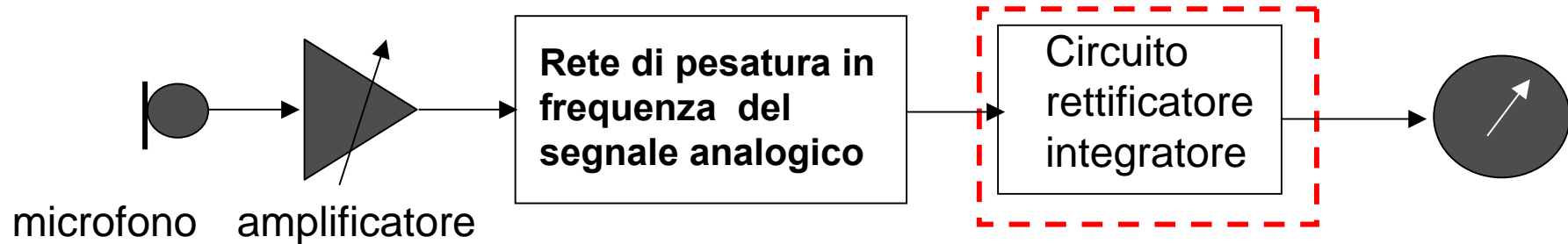
NON si parla di costante di integrazione, ma di durata di integrazione che può spaziare dai minuti a diverse ore.

$L_{Aeq,T}$ Livello equivalente pesato A sulla durata T di misura

$L_{EA,T}$ Livello di esposizione sonora pesato A sulla durata T di misura.

$$L_{EA,T} = L_{A,eq,T} + 10 \cdot \text{Log} \left(\frac{T}{T_0} \right) \text{ dB(A)}$$

Reti di pesatura nel tempo per la determinazione dei livelli sonori – IEC 651



Costante di integrazione **FAST**

La costante di tempo veloce è pari
1/8 s cioè a 125 ms.

La media è di tipo esponenziale
(MEDIA MOBILE)

Costante di integrazione **SLOW**

La costante di tempo lenta è di 1s pari
a 1000 ms

La media è di tipo esponenziale
(MEDIA MOBILE)

Costante di integrazione **IMPULSE**

Costante di tempo in discesa 1,5 s

Costante di tempo in salita 35 ms.

La MEDIA MOBILE si aggiorna e
mantiene il valore massimo

Circuito rilevatore del picco **PEAK**.

Non esegue una media e rileva solo il
valore massimo raggiunto dal segnale
nell'intervallo di tempo di analisi.

Misuratori dei livelli sonori con integrazione di tipo

Misuratore di livello sonoro **elettromeccanico**

GENERAL RADIO
Type 1551-A (1950)



**Costante di integrazione FAST e SLOW
Circuito elettrico RC abbinato
all'inerzia dell'equipaggio mobile
dello strumento indicatore**



Simulazione delle
costanti di tempo
FAST e SLOW

Registratore grafico di
livello Büel & Kjær mod.

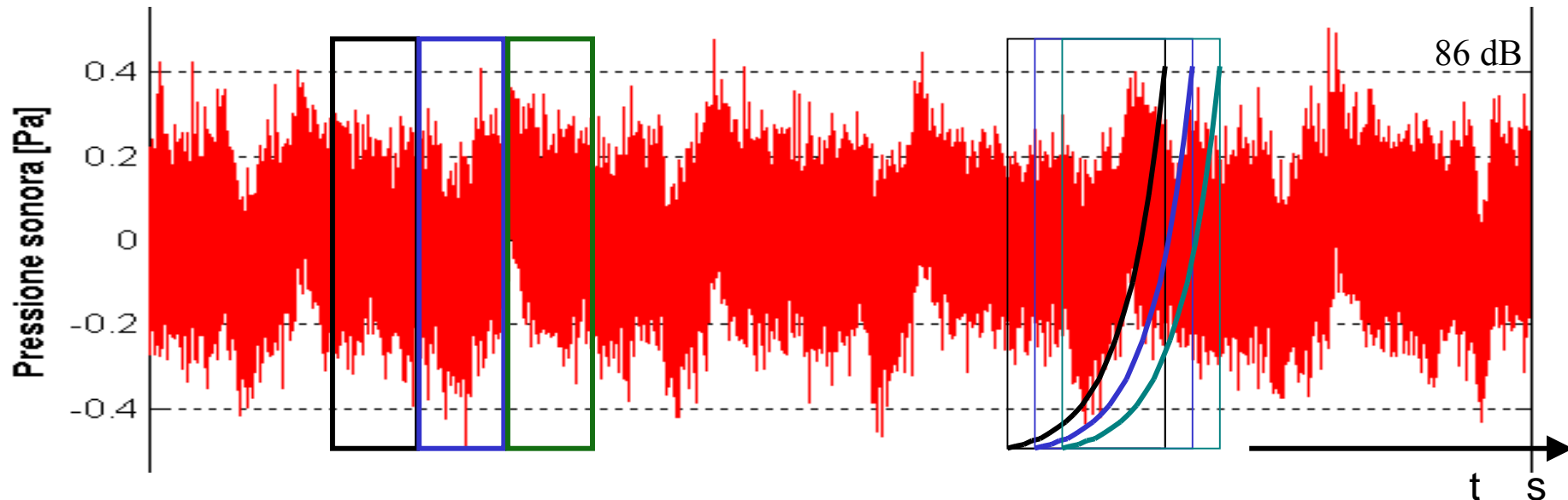


**Circuito elettronico – meccanico abbinato
all'inerzia dell'equipaggio mobile ed al
circuitto di controreazione del
potenziometro logaritmico.**

FAST velocità di scrittura Writing Speed = 100 mm/s

SLOW velocità di scrittura Writing Speed = 16 mm/s

Misura del valore efficace - p_{eff} - finestra di analisi



Media fissa: scorrimento a scatti

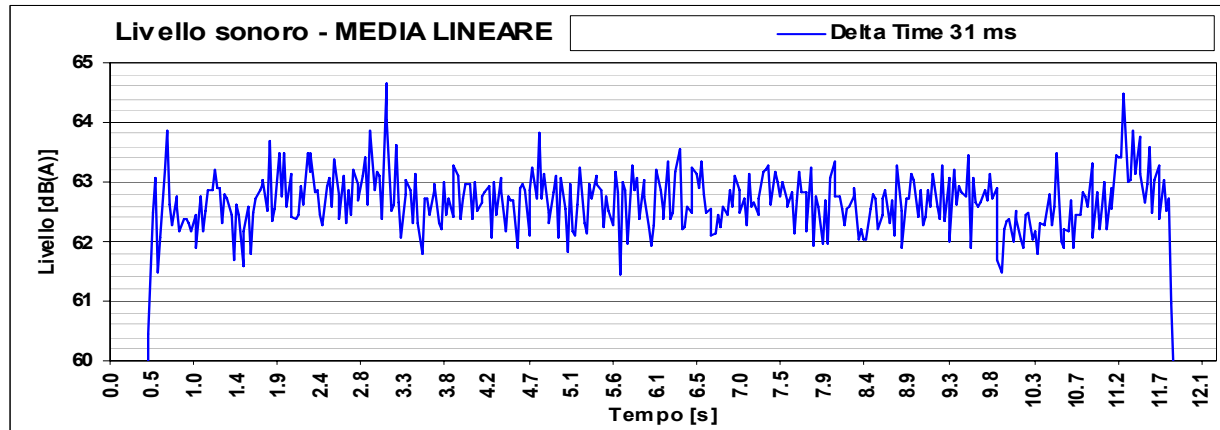
$$p_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T_2 - T_1} \int_{T_1}^{T_2} p^2(t) dt}$$

Media mobile: scorrimento continuo

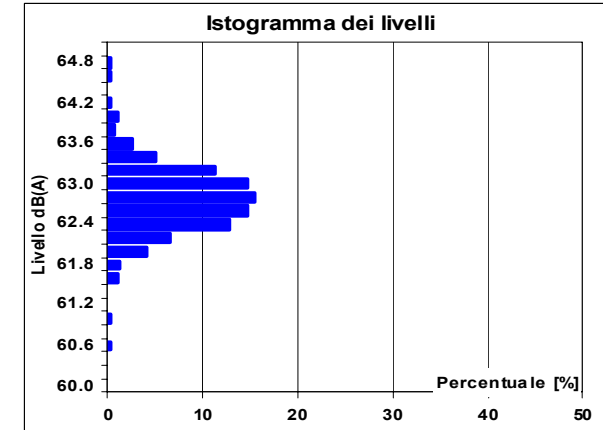
$$p_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_s}^t e^{-\frac{t-\xi}{T}} p^2(\xi) d\xi}$$

La pressione sonora è elevata al quadrato e moltiplicata per un fattore esponenziale. Quando il tempo di integrazione T è prossimo al tempo istantaneo t la pressione non subisce attenuazione. Per tempi più remoti nella finestra di analisi i valori vengono attenuati per cui essi risultano meno importanti nella media

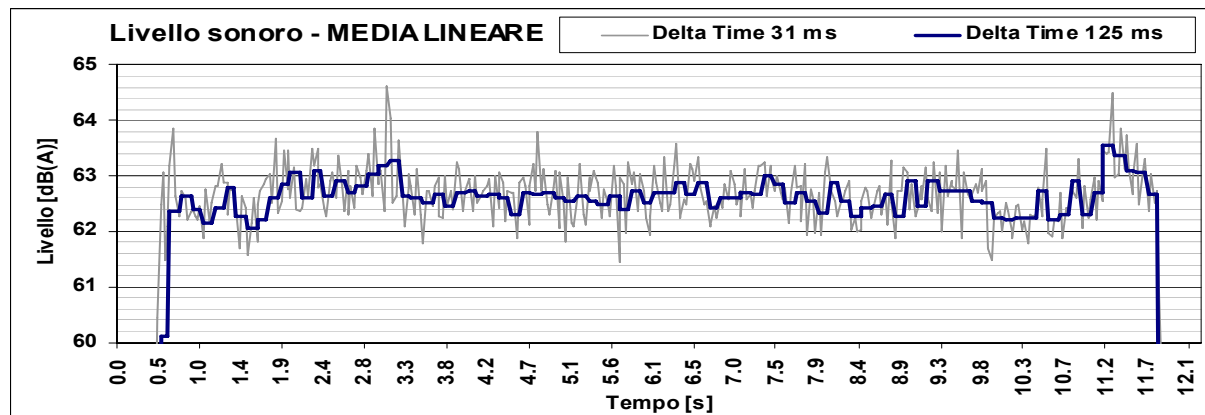
Andamento del Livello del segnale ottenuto con **FINESTRE RETTANGOLARI**



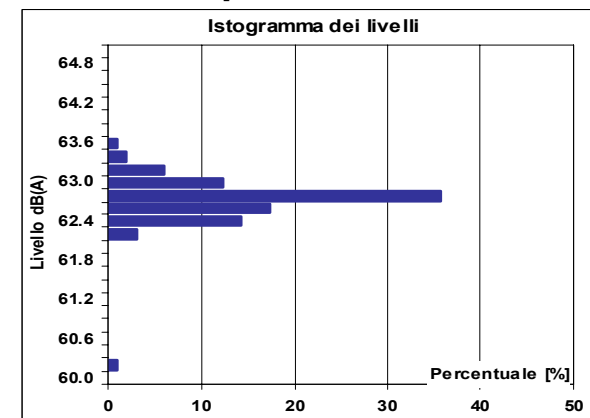
Densità di probabilità dei livelli



Durata della finestra $T_2 - T_1 = 32 \text{ ms}$

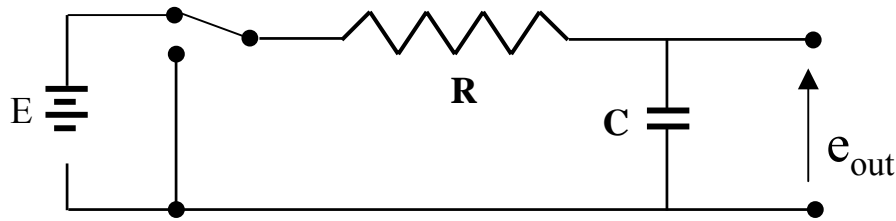


Densità di probabilità dei livelli



Durata della finestra $T_2 - T_1 = 125 \text{ ms}$ → **NON è riferibile con precisione ad una pesatura temporale FAST**

MEDIA ESPONENZIALE: Circuito integratore analogico di tipo RC



La risposta è data dalla relazione

$$e_{out}(t) = E - iR = E \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$$

$E = 1 \text{ V}$ tensione della pila

$T = RC$ costante di tempo del circuito

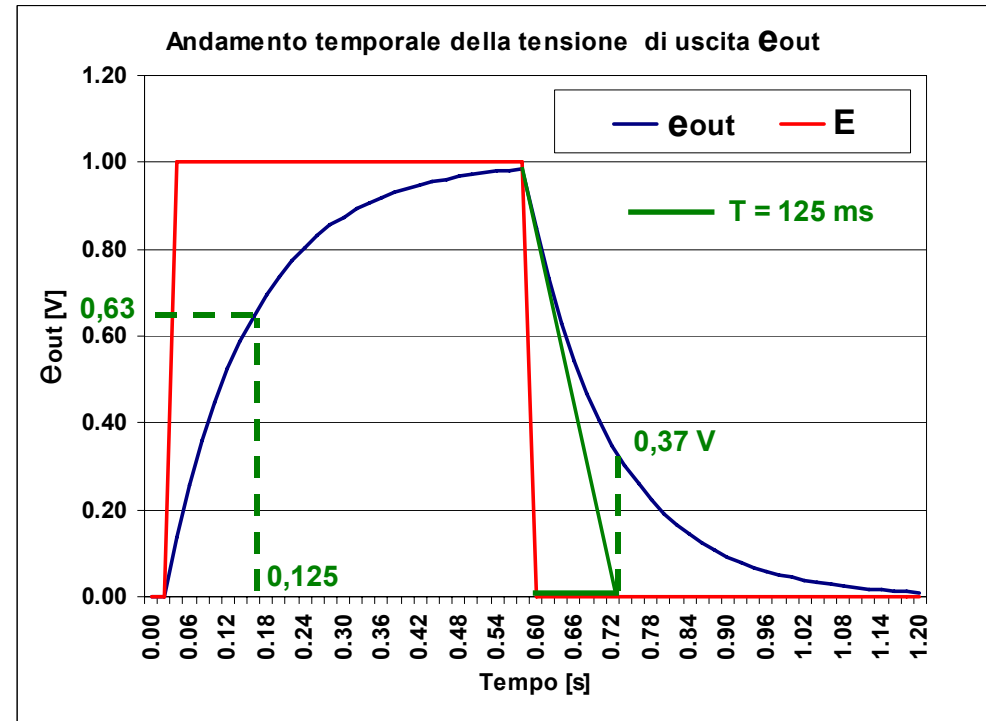
All'istante $t = 0$ (inizio della carica) la tensione in uscita è nulla

All'istante $t = \infty$ (fine della carica) la tensione in uscita è pari a E

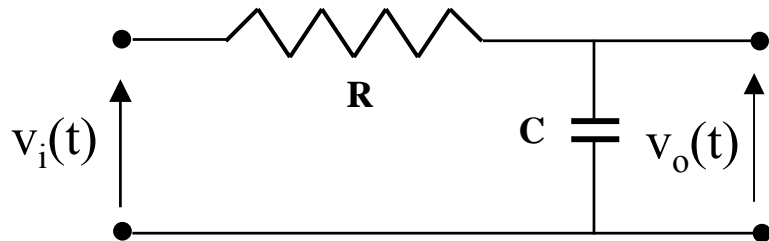
All'istante $t = RC$ la tensione in uscita è pari a $0,63 E$ cioè $0,63 \text{ V}$

Se al termine della carica si riporta a 0 la tensione E ($E = 0$), il condensatore si scaricherà sulla resistenza R per cui la tensione in uscita scenderà. All'istante $t = RC$ il valore di e_{out} sarà pari al 36,8% del valore di E cioè $0,37 \text{ V}$

Risposta al gradino del circuito



MEDIA ESPONENZIALE: Circuito integratore analogico di tipo RC



La funzione di trasferimento è data dalla soluzione dell'equazione differenziale

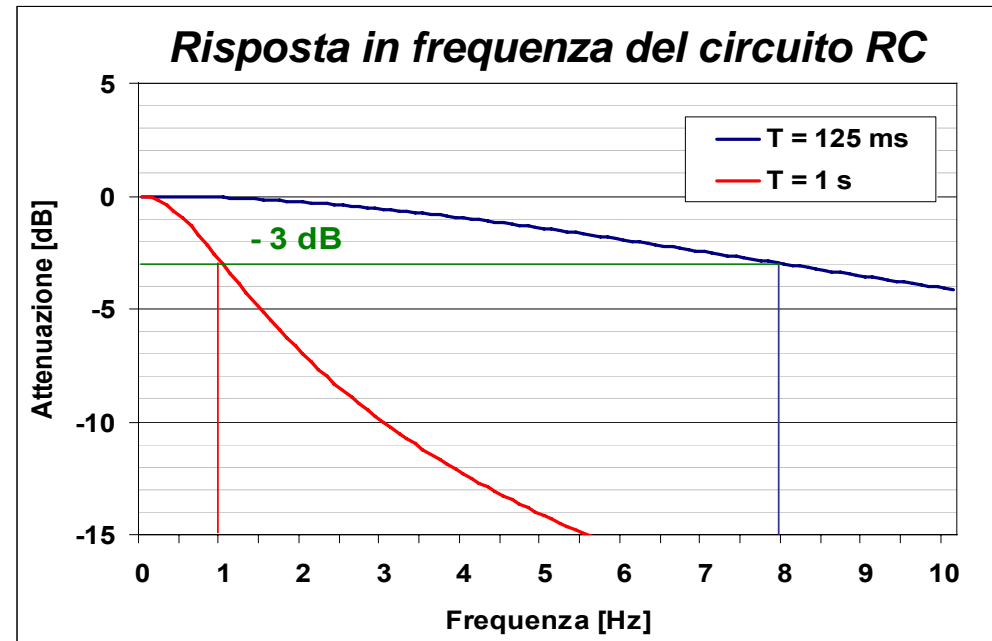
$$RC \frac{dv_0(t)}{dt} + v_0(t) = v_i(t)$$

$T = RC$ costante di tempo del circuito

Si utilizza la trasformata di Laplace per trovare la soluzione nel dominio della frequenza.

$$H(s) = \frac{V_0(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{RCs + 1} = \frac{1}{\frac{1}{RC} + s}$$

L'espressione è quella di un filtro passa basso ad 1 polo



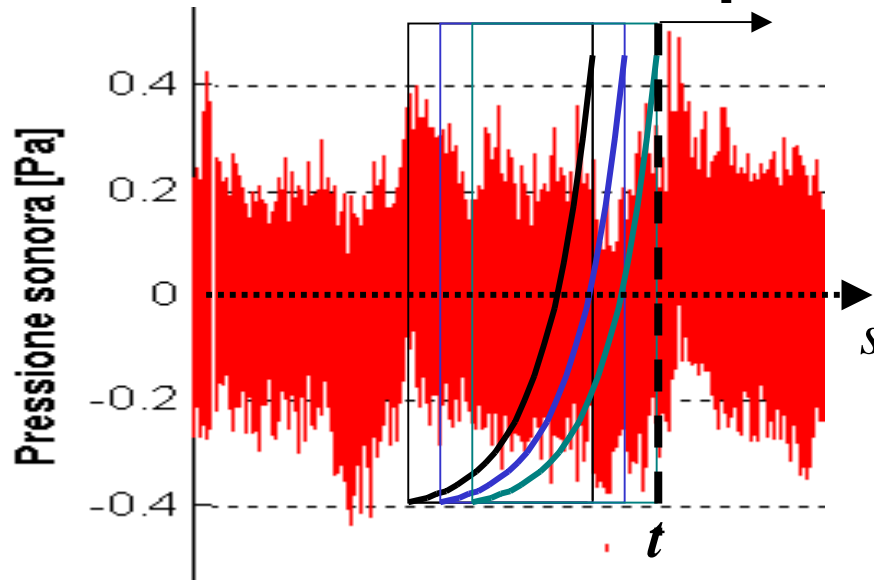
Pulsazione di taglio del filtro $\omega_0 = \frac{1}{RC}$

$s = j\omega$ è la variabile di Laplace

La risposta in frequenza del circuito è data dall'equazione

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}$$

Finestra di analisi per la MEDIA ESPONENZIALE



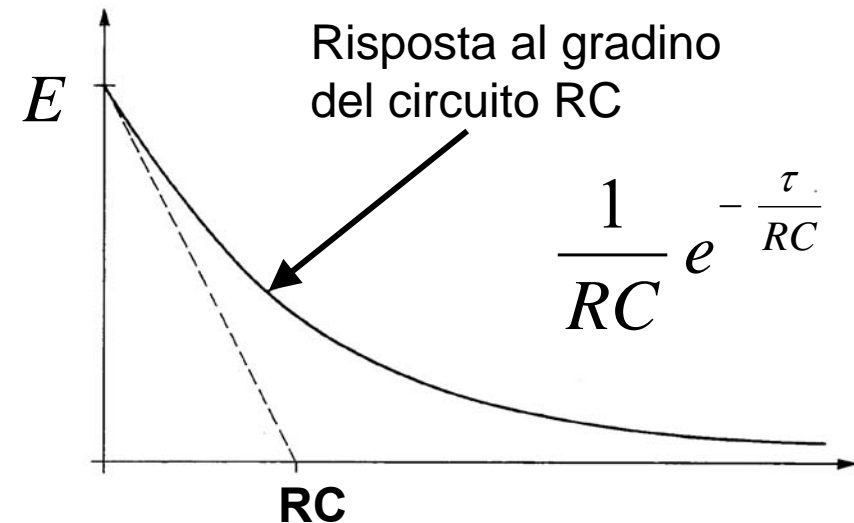
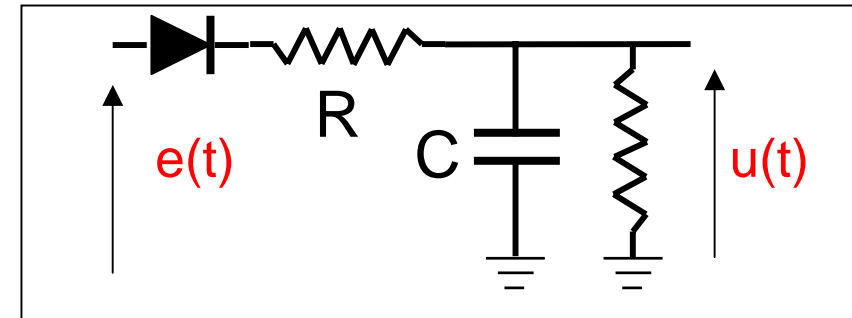
Media mobile: scorrimento continuo

$$p_{RMS}(t) = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{-\infty}^t e^{-\frac{t-\xi}{T}} p^2(\xi) d\xi}$$

$T = RC = 125 \text{ ms}$ FAST

$T = RC = 1000 \text{ ms}$ SLOW

Non esiste finestra in quanto
l'integrale si estende da t a $-\infty$

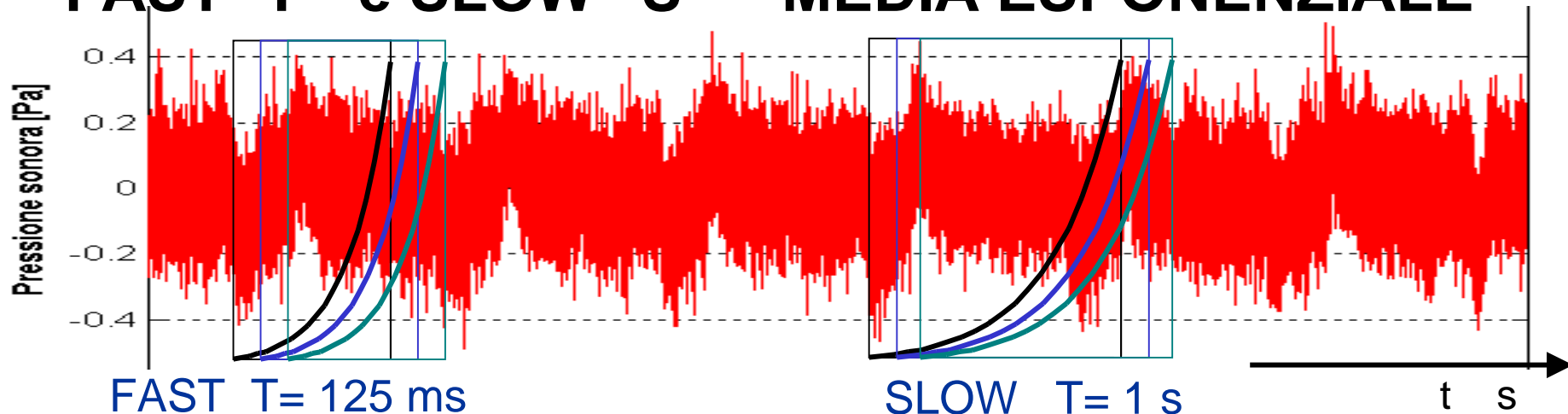


Se $T = 125 \text{ ms}$ i livelli dei campioni di p_{rms} prima di $\xi = 250 \text{ ms}$ sono attenuati di oltre 20 dB e, quindi, trascurabili.

Parimenti per $\xi = 2000 \text{ ms}$ (costante SLOW)

Le costanti di tempo

FAST “F” e SLOW “S” – MEDIA ESPONENZIALE



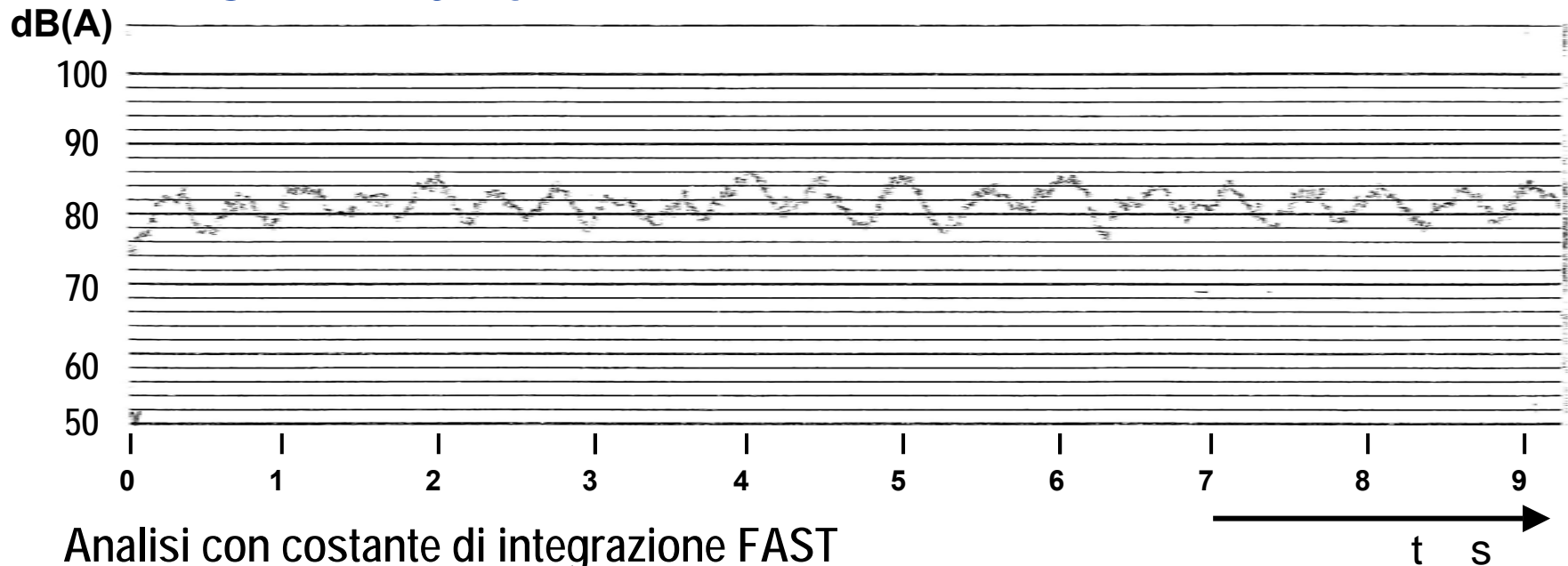
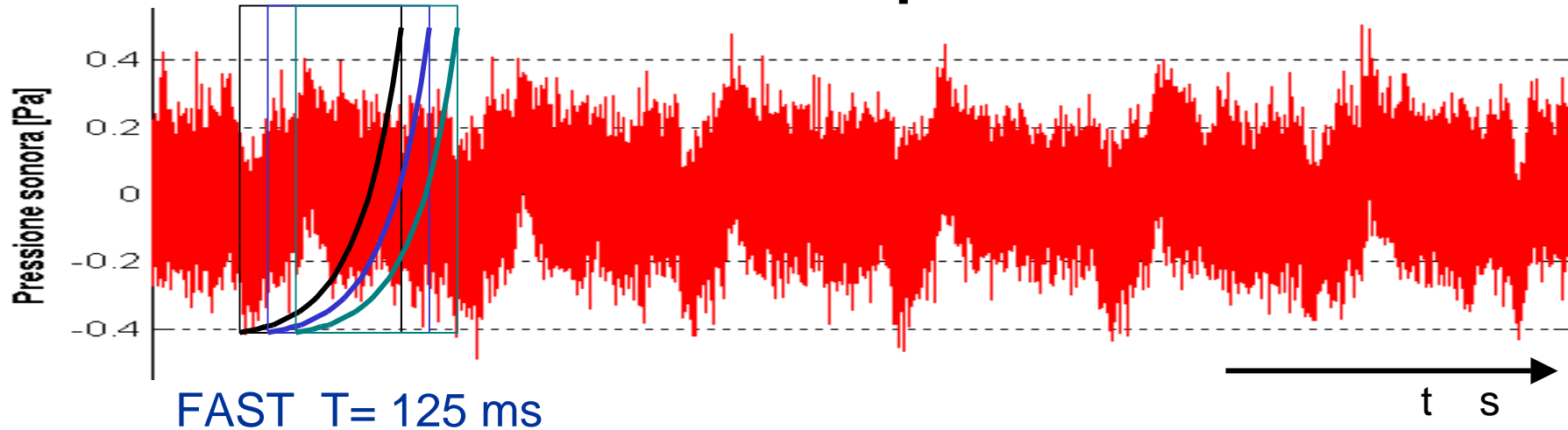
$$p_{RMS}(t) = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_2} e^{-\frac{t-\xi}{T}} p^2(\xi) d\xi}$$

$$e^{-\frac{t-\xi}{T}}$$

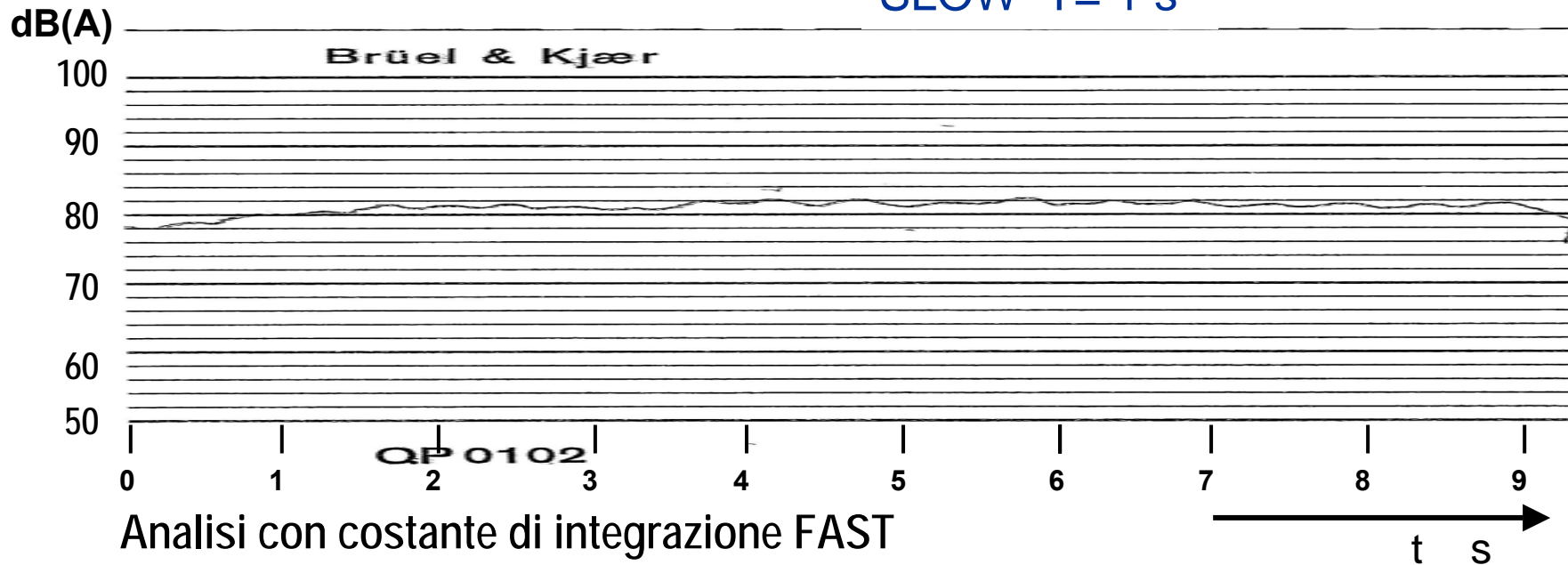
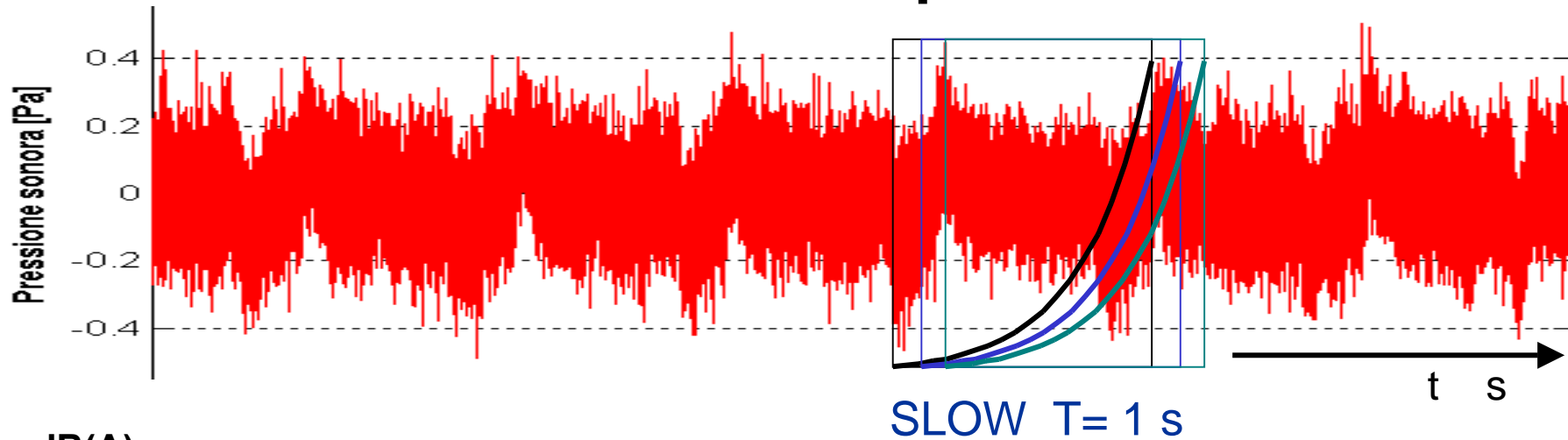
L'esponenziale è la funzione di pesatura del quadrato della pressione istantanea. $T=RC$ è la costante di tempo.

Se la tensione di uscita deve seguire fedelmente in continuo le variazioni della tensione di ingresso occorre pensare alla finestra temporale t_2-t_1 come una finestra rettangolare a scorrimento continuo sul segnale d'ingresso entro il quale la funzione di pesatura esponenziale opera una diversa attenuazione del segnale da integrare a seconda della sua ampiezza agli istanti precedenti al valore t indicati dalla variabile temporale ausiliaria τ .

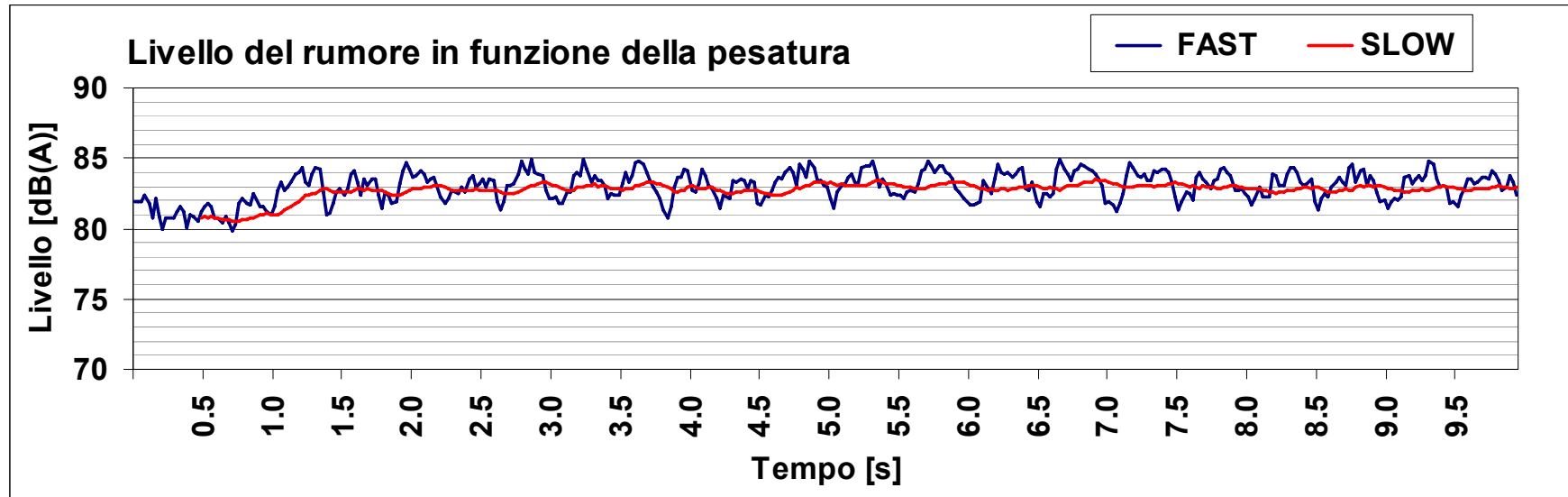
MEDIA ESPONENZIALE costante FAST : fluttuazione dell'ampiezza del livello



MEDIA ESPONENZIALE costante SLOW: fluttuazioni dell'ampiezza del livello



Confronto degli andamenti del livello determinati con costanti FAST e SLOW

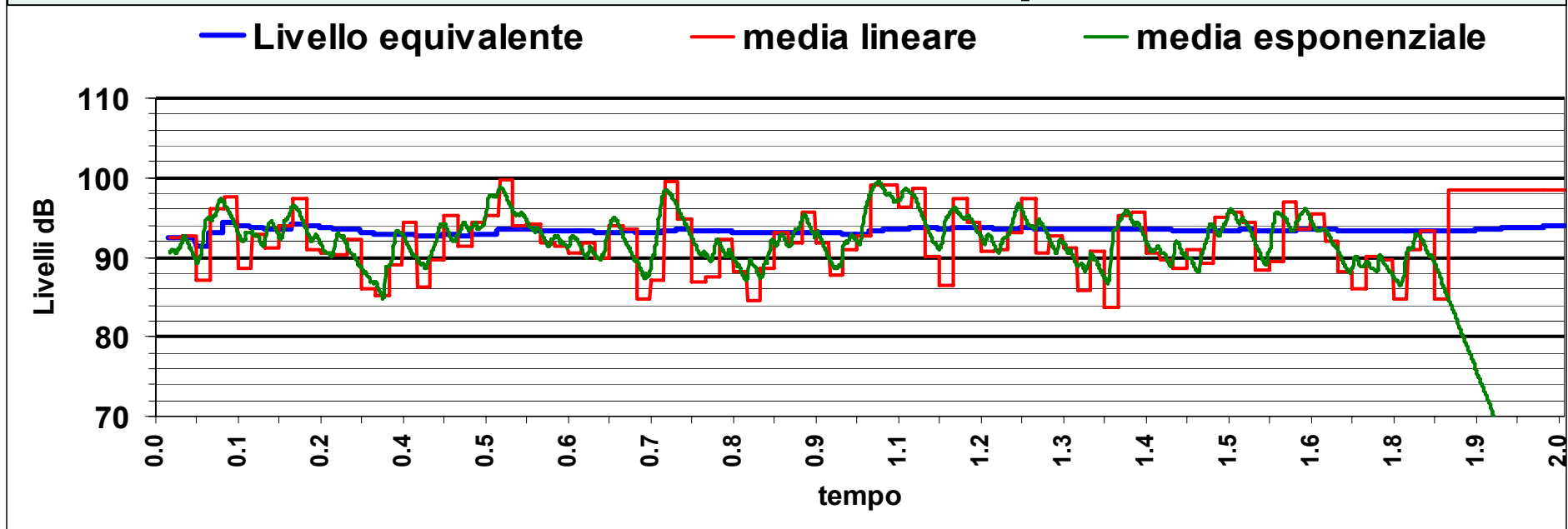


FAST		
L_{AeqF}	=	72.5 dB(A)
L_{AFmax}	=	84.9 dB(A)
L_{AFmin}	=	79.8 dB(A)
L95	=	81.4 dB(A)
L5	=	84.5 dB(A)

SLOW		
L_{AeqS}	=	72.1 dB(A)
L_{ASmax}	=	83.5 dB(A)
L_{ASmin}	=	80.5 dB(A)
L95	=	81.0 dB(A)
L5	=	83.3 dB(A)

Confronto tra i parametri statistici calcolati sulle serie temporali FAST e SLOW 17

MEDIA LINEARE: andamento del livello sonoro e confronto con la media esponenziale



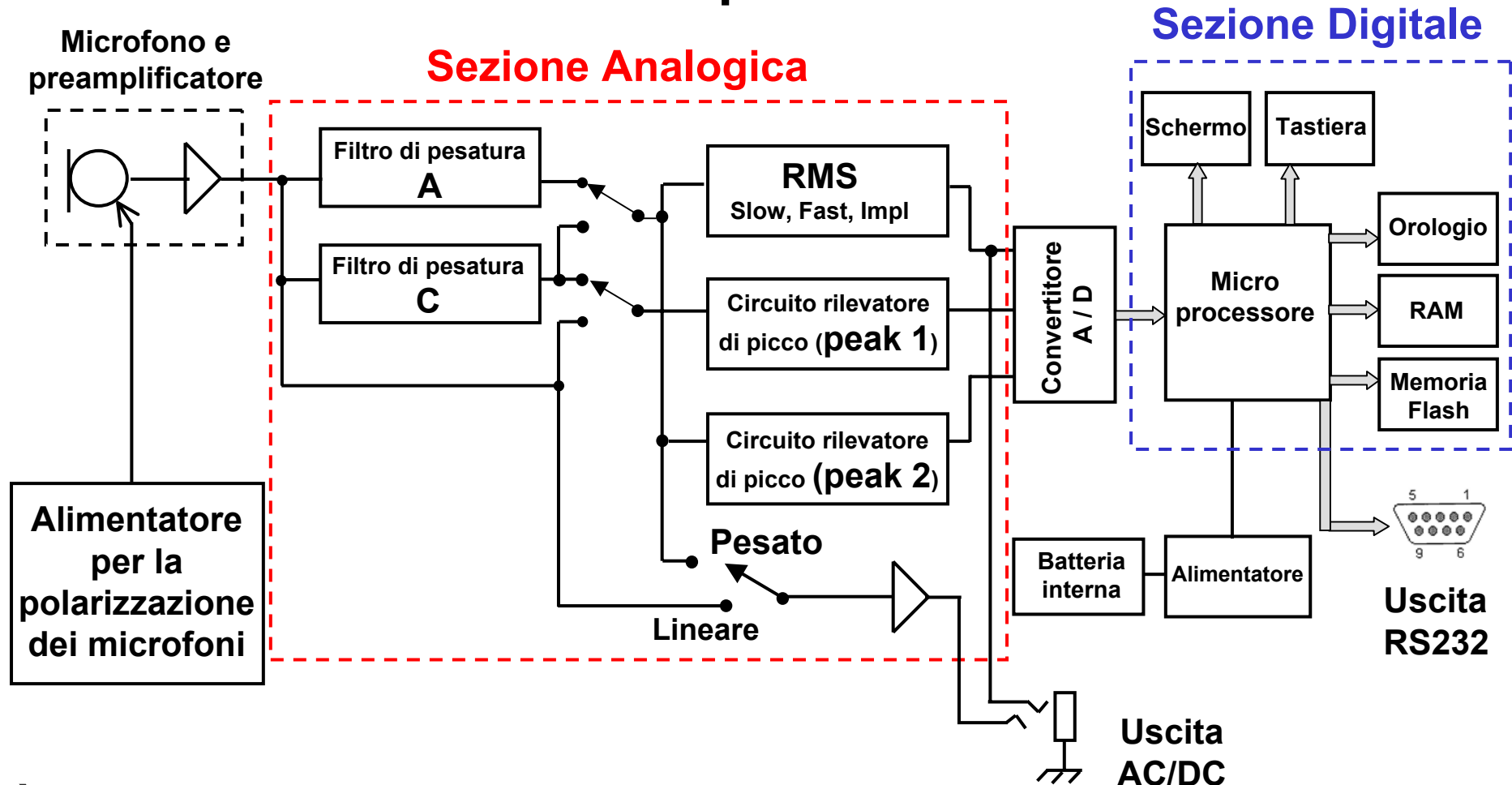
$$Leq = 10 \cdot \text{Log} \sqrt{\frac{1}{T_2 - T_1} \int_{T_1}^{T_2} \frac{p^2(t)}{p_0^2} dt} \quad \text{dB}$$

Il livello equivalente è una media fissa non pesata di tutti i campioni nell'intervallo $T_2 - T_1 > 600s$ su lungo periodo. Si calcola principalmente in una singola finestra temporale (*Linear single*)

La media fissa o lineare su breve durata non è pesata esponenzialmente.

Nell'intervallo breve $T_2 - T_1 < 1s$ il calcolo fornisce un livello equivalente Leq short. Si usa principalmente con sequenza delle finestre temporali contigue (*Linear repeat*)

Schema a blocchi di un misuratore di livello sonoro con sistema a microprocessore dedicato



È possibile programmare la memoria Flash per realizzare impostazioni predefinite per le diverse esigenze di misura, tra le quali il calcolo del livello equivalente

Impostazione del processore per il calcolo dei livelli

Disponendo contemporaneamente dei risultati della sezione a RMS (integrazione esponenziale) e della sezione LEQ

(integrazione lineare)

si possono condurre monitoraggi per particolari tipologie di rumore

TRAFFICO STRADALE

- 1) Si può calcolare L_{AEQ} sulla finestra temporale più lunga
 - $T_0 = 1$ ora oppure $T_0 = 16$ ore diurne
 - $T_0 = 8$ ore notturne
- 2) Si possono calcolare i valori del livello equivalente LAEQ su base oraria oraria
- 3) Si possono calcolare i livelli statistici ed i percentili

Si riporta il livello equivalente misurato ogni ora

(sezione circuito INTEGRATORE)

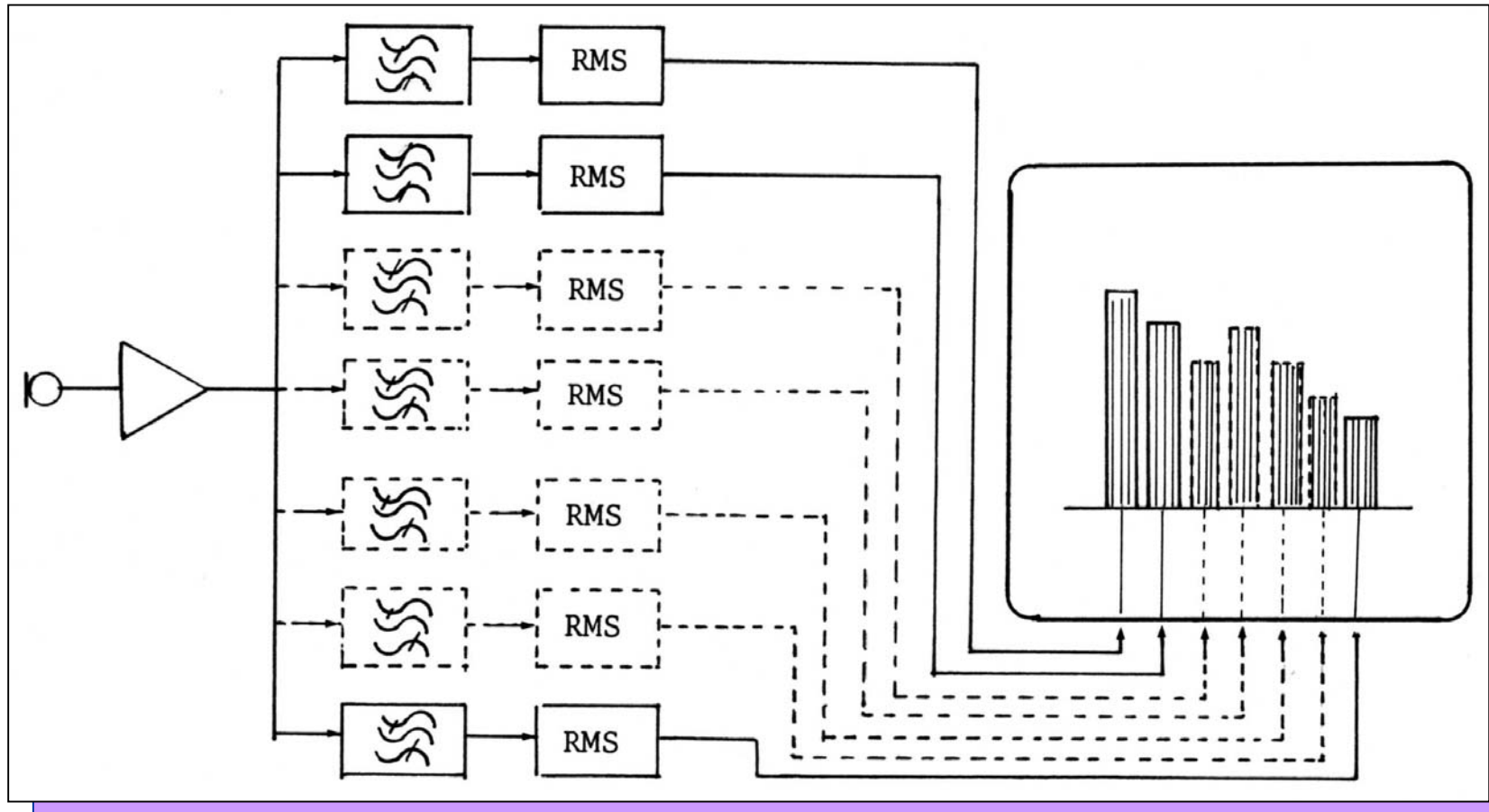
ed i livelli statistici (percentile L5 e percentile L95,

(sezione RMS costante FAST).

Ora hh.mm	Intervallo Temporale (s)	Leq dB(A)	Livelli Statistici					
			L(5) dB(A)	L(10) dB(A)	L(50) dB(A)	L(90) dB(A)	L(95) dB(A)	L(99) dB(A)
0.00	3600	56.2	62.6	56.2	48.8	41.5	39.7	38.1
1.00	3600	52.0	64.3	55.0	46.9	39.7	38.3	36.2
2.00	3600	51.6	61.8	54.1	46.3	38.5	36.4	34.5
3.00	3600	51.8	60.2	54.1	44.6	37.7	37.0	36.0
4.00	3600	53.0	60.8	56.5	47.0	36.1	34.6	32.8
5.00	3600	55.3	64.2	59.4	51.9	44.4	41.8	37.9
6.00	3600	56.8	63.8	60.3	55.1	49.1	47.4	44.2
7.00	3600	58.2	64.0	61.1	57.3	53.3	52.2	50.1
8.00	3600	58.3	64.5	60.8	57.0	53.4	52.2	50.1
9.00	3600	56.4	63.4	59.3	54.6	50.6	49.5	47.1
10.00	3600	56.0	62.8	59.2	54.4	49.2	47.4	43.7
11.00	3600	55.6	62.1	58.7	54.2	49.5	48.3	46.6
12.00	3600	56.5	63.0	59.5	55.1	50.6	49.1	46.1
13.00	3600	57.4	65.6	60.3	55.6	51.2	49.9	47.5
14.00	3600	57.9	64.3	61.0	56.6	52.2	50.9	48.8
15.00	3600	58.5	65.2	61.5	57.0	53.2	52.2	50.6
16.00	3600	58.3	64.5	61.4	57.1	52.9	51.8	49.9
17.00	3600	59.0	64.7	61.8	58.0	54.4	53.6	52.0
18.00	3600	57.9	64.0	60.8	56.6	53.1	52.2	50.8
19.00	3600	56.5	62.7	59.6	55.4	51.2	50.1	47.8
20.00	3600	56.8	64.9	59.5	53.8	49.0	47.6	45.2
21.00	3600	54.6	63.4	58.1	51.8	46.4	45.1	43.1
22.00	3600	62.9	77.3	58.8	52.6	47.5	46.1	43.3
23.00	3600	63.1	77.3	59.9	51.8	46.1	44.8	42.4

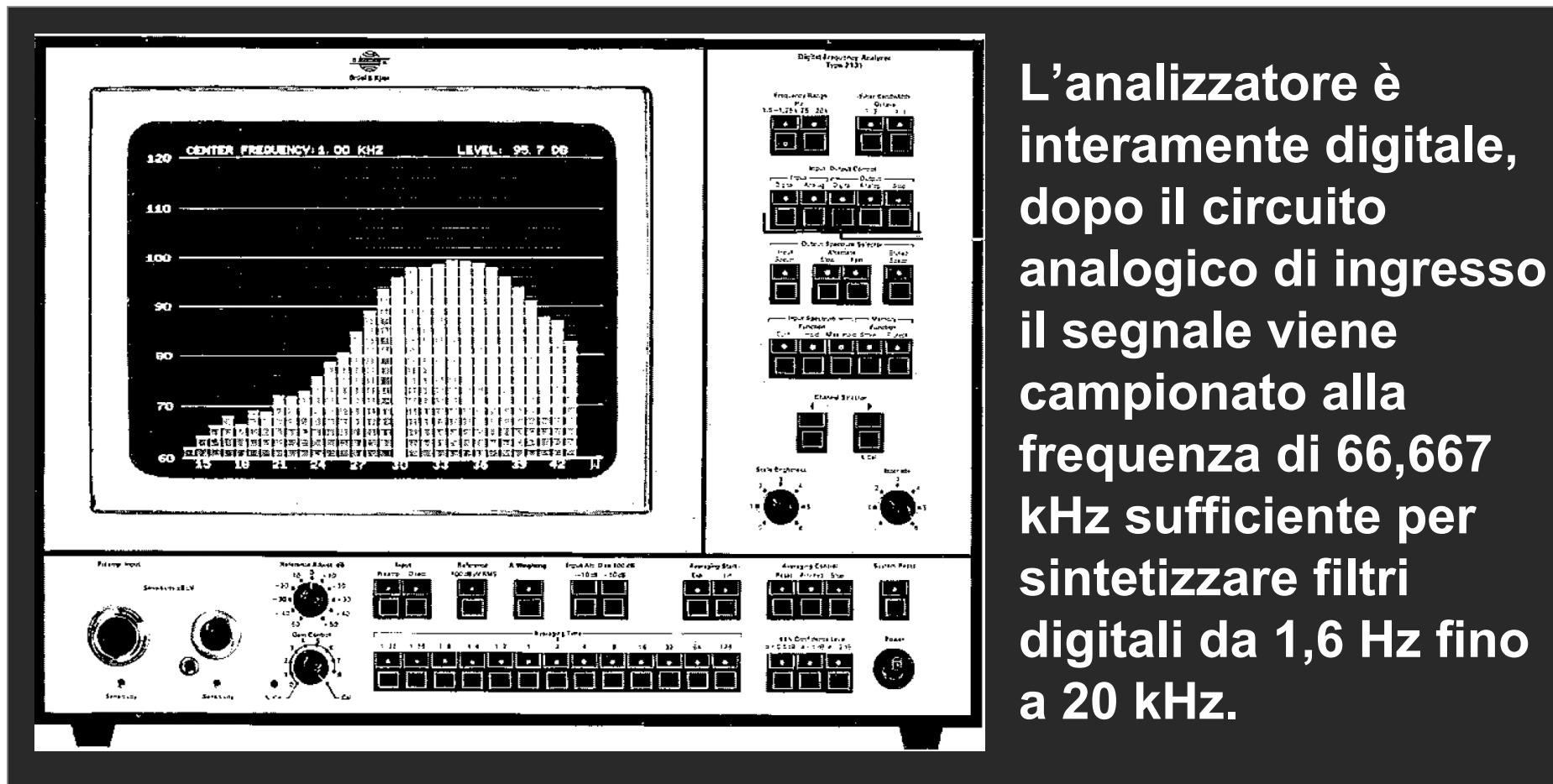
Analizzatore a bande di terzi di ottava

- REAL TIME -



I filtri possono essere analogici o digitali. I singoli rettificatori RMS, a valle di ciascun filtro, forniscono il valore in dB del livello filtrato. Le medie possono essere di tipo esponenziale o di tipo lineare.

Analizzatore di spettro digitale Real Time Brüel & Kjær mod. 2131 (1977)



L'analizzatore è interamente digitale, dopo il circuito analogico di ingresso il segnale viene campionato alla frequenza di 66,667 kHz sufficiente per sintetizzare filtri digitali da 1,6 Hz fino a 20 kHz.

Il circuito rettificatore RMS è di tipo digitale e consente medie esponenziali e medie lineari.

Tecniche digitali di decimazione del segnale

segnale digitale: è costituito da una serie temporale di numeri ottenuti attraverso un campionamento con frequenza f_s . τ è l'intervallo temporale tra un campione ed il successivo

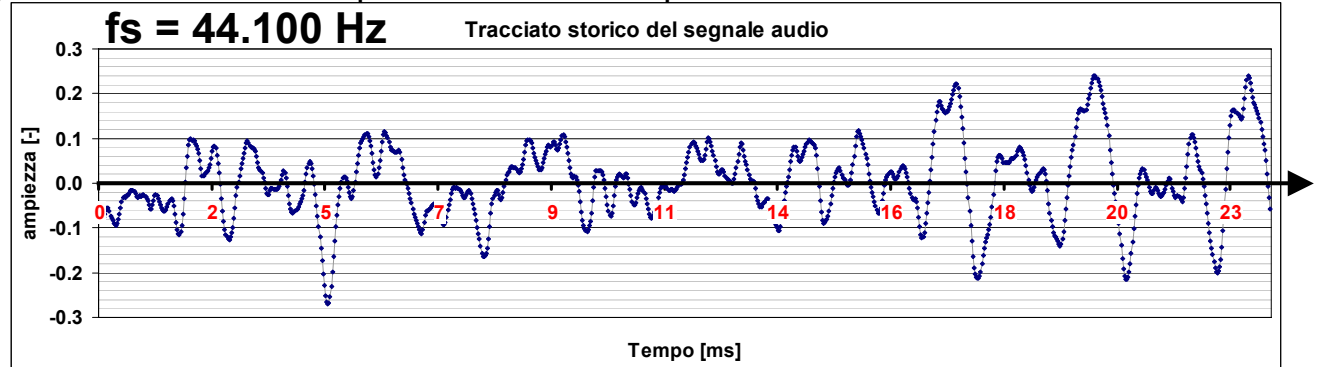
$$\tau = \frac{1}{f_s}$$

Segnale audio a larga banda

$$f_s = 44.100 \text{ Hz}$$

$$\tau = 23 \mu\text{s}$$

$$L_{Aeq} = 82,2 \text{ dB(A)}$$

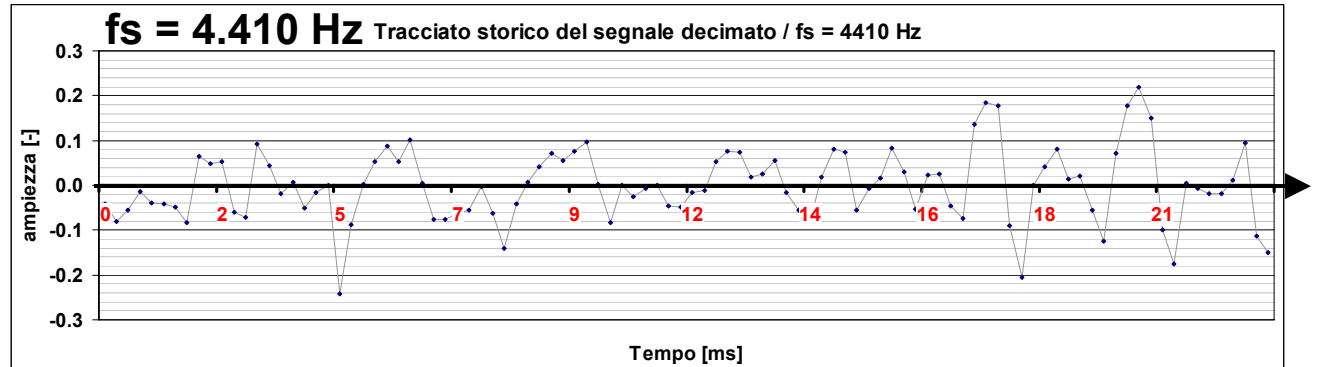


Segnale decimato (rapporto 1:10)

$$f_s = 4.410 \text{ Hz}$$

$$\tau = 225 \mu\text{s}$$

$$L_{Aeq} = 82,7 \text{ dB(A)}$$

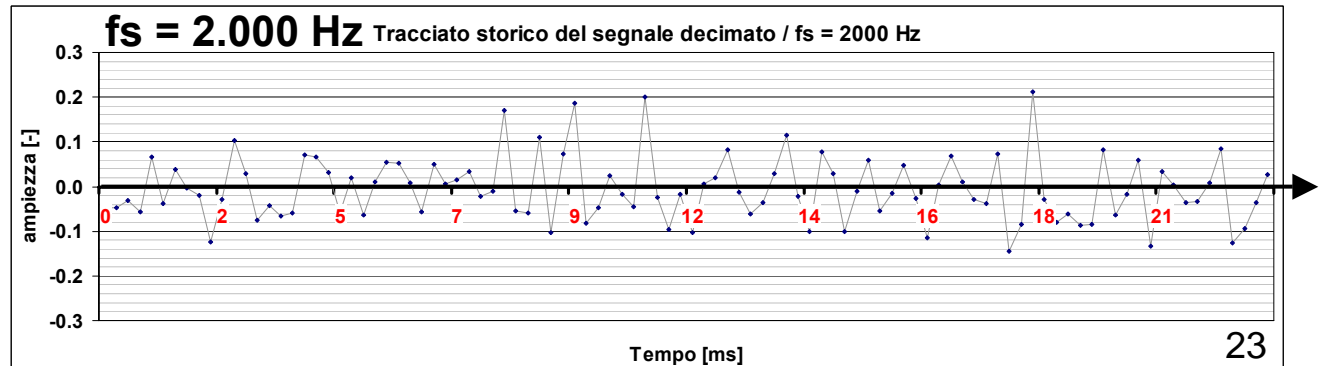


Segnale decimato (rapporto 1:22)

$$f_s = 2.000 \text{ Hz}$$

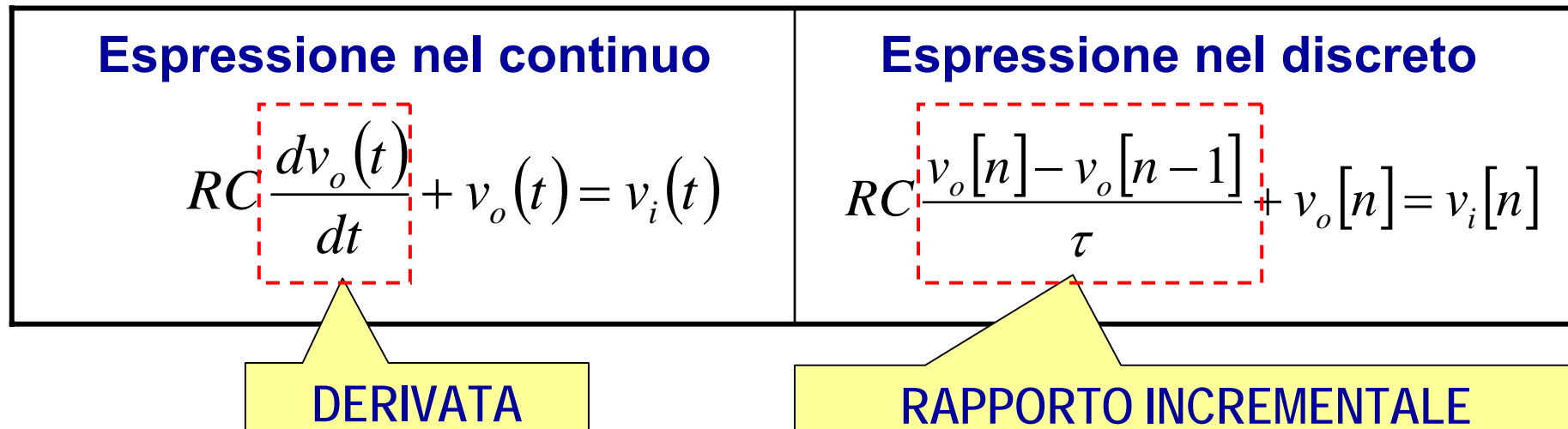
$$\tau = 500 \mu\text{s}$$

$$L_{Aeq} = 80,3 \text{ dB(A)}$$



Sintesi del filtro RC

L'espressione che definisce il comportamento del filtro RC può essere riscritta nel dominio del segnale campionato (discreto o "digitale")



L'espressione nel discreto può essere riscritta con

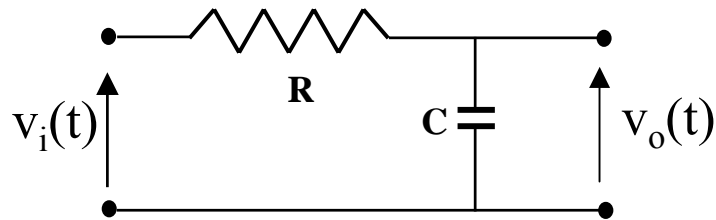
oppure
$$b_0 v_o[n] + b_1 v_o[n-1] = a_0 v_i[n] \quad (\text{notazione ARMA})$$

$$v_o[n] = a_0 v_i[n] - b_1 v_o[n-1] \quad (\text{notazione ricorsiva})$$

I fattori moltiplicativi $\mathbf{a_0}$, $\mathbf{b_0}$ e $\mathbf{b_1}$ sono i coefficienti del filtro digitale

Sintesi del filtro RC

FILTRO ANALOGICO



$$RC \frac{dv_o(t)}{dt} + v_o(t) = v_i(t)$$

Frequenza del filtro passa basso

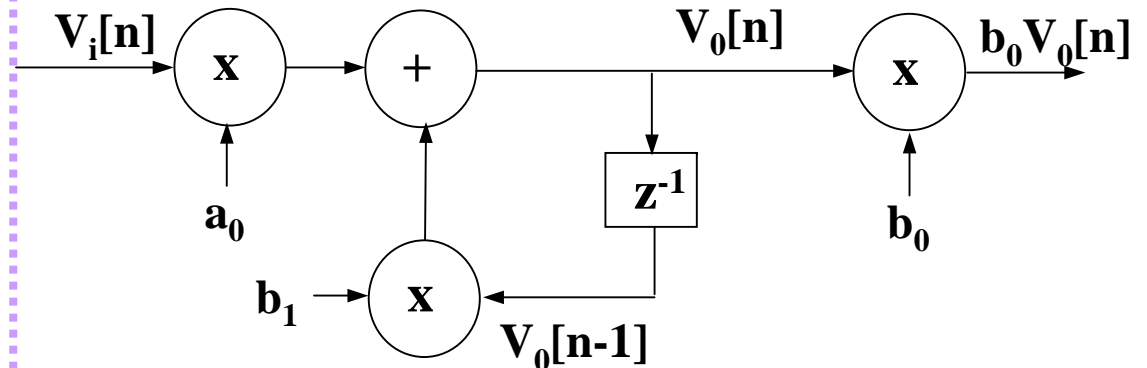
$$T = RC = 125 \text{ ms (FAST)}$$

$$f_{0 \text{ FAST}} = 8 \text{ Hz}$$

$$T = RC = 1 \text{ s (SLOW)}$$

$$f_{0 \text{ SLOW}} = 1 \text{ Hz}$$

SINTESI DIGITALE DEL FILTRO PASSA BASSO



$$RC \frac{v_o[n] - v_o[n-1]}{\tau} + v_o[n] = v_i[n]$$

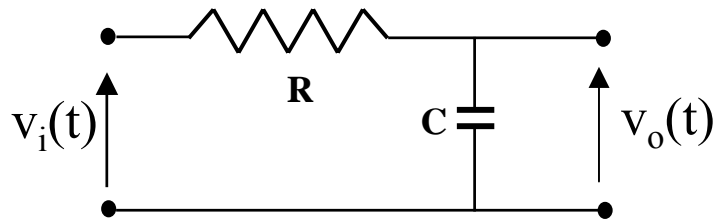
Nel circuito il simbolo z^{-1} indica il ritardo di un campione

Coefficienti del filtro digitale

$$a_0 = \frac{1}{1 + \frac{RC}{\tau}} = \frac{\tau}{\tau + RC} \quad b_0 = 1 \quad b_1 = \frac{-1}{1 + \frac{\tau}{RC}} = -\frac{RC}{\tau + RC}$$

Sintesi delle risposte del circuito: esempio di implementazione

FILTRO ANALOGICO



Il progetto richiede il calcolo di R e C per conseguire le costanti di tempo FAST e SLOW

Si impostano le costanti di tempo

FAST

$$T = RC = 125 \text{ ms}$$

$$\omega_0 = 8 \text{ s}^{-1}$$

SLOW

$$T = RC = 1 \text{ s}$$

$$\omega_0 = 1 \text{ s}^{-1}$$

Si calcola

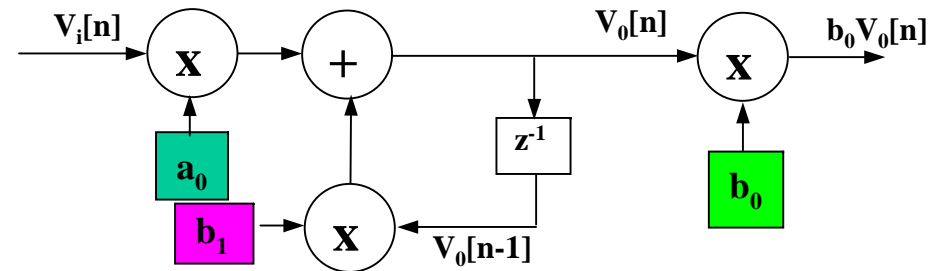
$$R = 1.250 \ \Omega$$

$$C = 10 \ \mu\text{F}$$

$$R = 10 \ \text{K}\Omega$$

$$C = 10 \ \mu\text{F}$$

SINTESI DEL FILTRO PASSA BASSO CON TECNICA DIGITALE



Si determinano i coefficienti del filtro con $k = 100$ campioni per ciascuna finestra temporale

$$a_0 = 0,067653 \quad b_0 = 1,000000 \quad b_1 = 0,932347$$

Si imposta la frequenza di campionamento per ottenere le costanti di tempo desiderate

FAST

$$f_{s, \text{FAST}} = 11.750 \text{ Hz}$$

$$\text{Risulta } T = 125 \text{ ms}$$

$$k\tau = 10 \text{ ms}$$

$$\tau = 0,085 \text{ ms}$$

SLOW

$$f_{s, \text{SLOW}} = 1.470 \text{ Hz}$$

$$\text{Risulta } T = 1 \text{ s}$$

$$k\tau = 70 \text{ ms}$$

$$\tau = 0,680 \text{ ms}$$

Equivalenza tra le medie lineare ed esponenziale per il filtro digitale

Media esponenziale

$$a_0 = \frac{1}{1 + \frac{RC}{\tau}} = \frac{\tau}{\tau + RC}$$

$$b_0 = 1$$

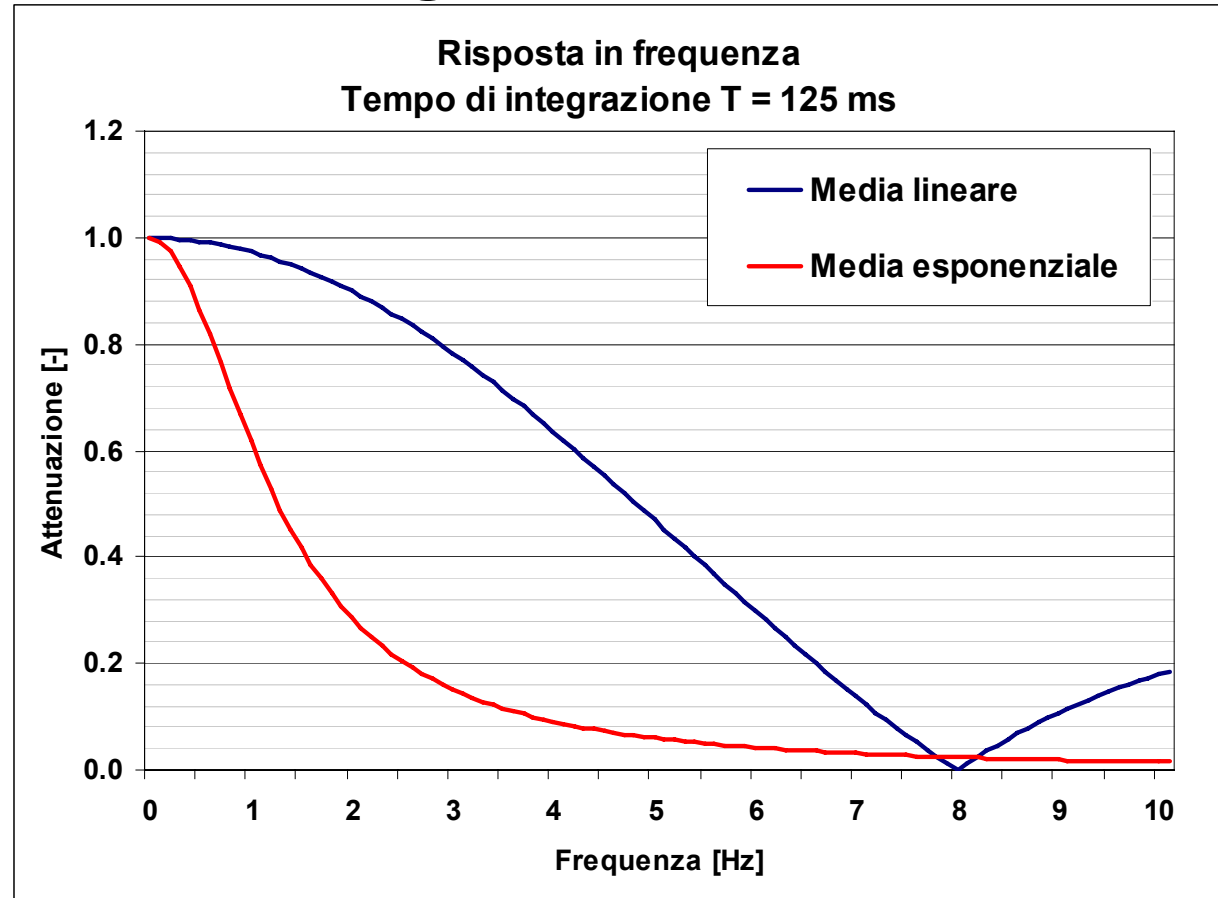
$$b_1 = \frac{-1}{1 + \frac{\tau}{RC}} = -\frac{RC}{\tau + RC}$$

Media lineare

$$a_0 = \frac{1}{k}$$

$$b_0 = 1$$

$$b_1 = -1$$



Risposta in frequenza di filtro digitale
impostato con media lineare ed esponenziale
per l'intervallo di integrazione FAST

Equivalenza tra le medie lineare ed esponenziale

Se σ è lo scarto tipo dei livelli desunto dalla analisi statistica dei valori istantanei (Ondulazione del tracciato)

ed E è lo scarto tipo di un rumore bianco (densità spettrale di potenza costante) filtrato con filtro ideale di larghezza di banda B

Si dimostra che

l'ondulazione residua, in termini energetici, del livello di un segnale, con banda B , (filtrato) mediato con finestra esponenziale (*esp*) e lineare (*lin*) sarà:

$$\frac{\sigma_{esp.}}{E} = \frac{1}{\sqrt{B \cdot 2 \cdot T}}$$

Media ESPONENZIALE

$$\frac{\sigma_{lin.}}{E} = \frac{1}{\sqrt{B \cdot T}}$$

Media LINEARE

Il confronto delle due relazioni consente di asserire che, a parità di ondulazione, il filtro lineare con costante di tempo di circa $T = 250$ ms equivale ad un filtro esponenziale con costante di tempo $T = 125$ ms (FAST).

CONCLUSIONI

La strumentazione moderna è il frutto di una evoluzione graduale negli anni.

I primi strumenti erano di tipo analogico oggi, con l'incremento della velocità di calcolo dei processori, gli strumenti di misura sono completamente digitali e sono programmati per rispondere alle normative pensate per la strumentazione analogica.

E' possibile, con velocità di calcolo elevate, realizzare filtri antialiasing, filtri a percentuale di banda costante con caratteristiche conformi alle normative etc. Tutti strumenti che operano in TEMPO REALE su più canali.

Si può concludere che:

- ➔ **la media esponenziale** pesa il segnale secondo una funzione di tipo esponenziale che attenua le ampiezze dei campioni di ingresso che si sono presentati al filtro in istanti precedenti al campione attuale più recente. Il processo è continuo in quanto fornisce i valori di uscita in **TEMPO REALE**.

CONCLUSIONI

- ➔ **La media lineare** non pesa il segnale nella finestra temporale e fornisce un valor medio al termine del processo di calcolo: risultato in **TEMPO DIFFERITO**.
- ➔ **Le medie lineari** si avvicinano alle medie esponenziali con costanti fonometriche FAST e SLOW se la durata della finestra di integrazione lineare è il doppio della costante di tempo $T = RC$. L'errore è determinato dalle ondulazioni del segnale attorno al valore efficace vero.
- ➔ La facilità di sintesi dei filtri esponenziali consente un'impostazione rapida delle costanti $T = RC$ molto più veloce (da 1/8 a 1/32 s) che risulta utile per la misura, ad esempio, dei tempi di riverberazione; errate scelte delle costanti d'integrazione produrrebbero un risultato e quindi letture errate, in quanto la risposta del filtro RC potrebbe essere preponderante rispetto tempi di riverberazione.